

修士学位論文

反水素ラムシフト分光の為の低速反陽子ビームの生成と
マイクロ波分光装置の開発

Slow Antiproton Beam Production and Development of
Microwave System for Lamb Shift Spectroscopy of
Antihydrogen

令和3年度
広域科学専攻相関基礎科学系
31-206922
田中碧海

目次

1	本研究の目的	8
1.1	陽子荷電半径	8
1.1.1	電子散乱による測定	8
1.1.2	原子分光による測定	9
1.1.3	陽子荷電半径問題	10
1.2	反水素原子分光と CPT 対称性の検証	11
1.3	本研究の目的	12
2	GBAR 実験の概要	13
2.1	AD および ELENA からの低速反陽子ビームの供給	13
2.2	GBAR 実験の目的	13
2.3	GBAR 実験における反水素原子および反水素原子イオンの生成過程	14
2.4	GBAR 実験の反陽子ビームラインおよび陽電子ビームライン	16
2.5	反水素原子の個数	20
3	ラムシフト分光の方法	21
3.1	ラムシフトについて	21
3.2	超微細構造による共鳴幅の広がりを選択則	21
3.3	本研究の分光方法	23
3.3.1	超微細構造選択装置	24
3.3.2	ラムシフト遷移装置	24
3.3.3	2S 状態検出器	24
4	マイクロ波分光装置	27
4.1	高周波回路設計の概要	27
4.1.1	散乱行列と S 値	27
4.1.2	高周波回路シミュレーター CST Microwave Studio 2021	28
4.2	平行平板伝送線路構造のラムシフト遷移装置	29
4.2.1	先行研究での設計	29
4.2.2	本研究で用いるラムシフト遷移装置の設計における注意点	30
4.2.3	CST Microwave Studio によるシミュレーションと製作	31
4.2.4	VNA によるマイクロ波伝送特性のテスト	38
4.3	1.11 GHz 共振型超微細構造選択装置	42
4.3.1	先行研究での設計	42
4.3.2	本研究での設計における注意点	42
4.3.3	CST Microwave Studio によるシミュレーション	43
5	ラムシフト分光の数値シミュレーション	45
5.1	数値シミュレーションコードの開発	45
5.1.1	存在確率時間発展の計算方法	45
5.1.2	二項分布からのモンテカルロ計算およびフィッティング	48
5.1.3	振動電場および反水素原子ビームの空間分布の考慮	51
5.1.4	実測スペクトルとの比較	55
5.2	30mm ボアモデルによる分光精度の見積もり	58

5.2.1	超微細構造選択装置による $2S_{1/2}(F=1)$ 状態の脱励起のシミュレーション	58
5.2.2	ラムシフト遷移装置による α 遷移の分光のシミュレーション	60
6	陽子ビームおよび水素原子の生成	64
6.1	炭素箔標的による水素原子生成	64
6.2	ECR イオン源型陽子源	67
7	反陽子ビームおよび反水素原子の生成	71
7.1	反陽子ビーム強度分布の測定について	71
7.2	反陽子ビームの強度	72
7.3	反陽子ビームのプロファイル	73
7.4	反陽子ビームの強度とプロファイルの相関	75
7.5	Switchyard の MCP による反水素原子の検出	76
8	結論	78
8.1	マイクロ波分光装置	78
8.2	ラムシフト分光の数値シミュレーション	78
8.3	陽子ビームおよび水素原子の生成	78
8.4	反陽子ビームおよび反水素原子の生成	79

目次

1	様々なグループによる陽子荷電半径の測定値と CODATA の推奨値 (参考 [9])。	11
2	ELENA と各実験への transfer line の模式的な図。	13
3	式 (20) の反応において、Ps 標的入射時の \bar{p} の運動エネルギーに対する低励起状態 \bar{H} の生成散乱断面積の計算結果 [26]。	15
4	式 (21) の反応による \bar{H}^+ の生成散乱断面積の、Uncorrelated Chandrasekhar 波動関数に基づく計算結果 (a) と Le Sech 波動関数に基づく計算結果 (b)[29]。	15
5	Reaction Tube の模式図と写真。Ps を 3d 準位に励起するための 410 nm パルスレーザーがプリズムとミラーを介して Reaction Tube 上面の SiN ウィンドウから照射される。	16
6	GBAR 実験の最終段階の全体像。2021 年のビームタイムでは、韓国のグループが開発を進めている反陽子トラップは Free Fall Chamber の建設が予定されている位置に設置されている。	17
7	減速器の模式図。	17
8	Connection Line の模式図。	18
9	四重極バンダーから Reaction Chamber までの模式図。	18
10	Linac 型陽電子源の概略図 [31]。	19
11	BGT の模式図 [32]。	19
12	HFT の模式図 [34]。	20
13	直線偏光マイクロ波による 2S-2P 間ラムシフト遷移。	22
14	3 種類 (α , β , γ) の遷移による 2S-2P 間ラムシフト遷移のスペクトル [43]。	22
15	$2S_{1/2}(F=1)$ 状態を予め脱励起させた場合の 2S-2P 間ラムシフト遷移のスペクトル [43]。	23
16	本研究での 2S-2P 間ラムシフト遷移測定セットアップの模式図。	23
17	超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置へのマイクロ波入力と透過の模式図 .	24
18	(左) 2S 状態検出器と (右) 内部に四つ設置された MCP のうち一つ	25
19	シミュレーションで得られたミュオニウムの運動エネルギーに対する Stark 混合の発生確率と立体角を考慮した検出感度 ϵ_{QG} [49]。	26
20	任意の N ポートから成るマイクロ波ネットワーク [50]	28
21	(a) 同軸ケーブルでのマイクロ波の印加を想定した場合の port 面およびジオメトリ。 (b) 200MHz から 2.2GHz の周波数帯のマイクロ波に対するこの port 面の持つ特性インピーダンス。	29
22	ETH Zurich の共同研究者等とともにミュオニウムの分光実験用に開発したラムシフト遷移装置。	30
23	20 mm ボアモデル (a) とそれを単純に 30 mm ボアに拡張したモデル (b) の、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値を、様々な周波数で比較したグラフ。	31
24	最適化を行う 30 mm ボアモデルの主要なパラメータ。 $x_{\text{box}}, y_{\text{box}}, z_{\text{box}}$ はそれぞれマイクロ波伝送方向、鉛直方向、ビーム方向の筐体内側の片側寸法であり、 $x_{\text{plate}}, z_{\text{plate}}$ はそれぞれマイクロ波伝送方向、ビーム方向の平行平板電極長さの片側寸法である。	31
25	x_{box} を 17 mm から 57 mm まで変化させたときの S_{11} 。	32
26	y_{box} を 20 mm から 40 mm まで変化させたときの S_{11} 。	33
27	z_{box} を 20 mm から 60 mm まで変化させたときの S_{11} 。	33
28	x_{plate} を 16 mm から 56 mm まで変化させたときの S_{11} 。	34

29	z_{plate} を 13 mm から 53 mm まで変化させたときの S_{11} 。	34
30	y_{box} の値が (a)20 mm, (b)25 mm, (c)30 mm, (d)35 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。それぞれ 0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。	35
31	z_{box} の値が (a)20 mm, (b)30 mm, (c)40 mm, (d)50 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 100 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。それぞれ 0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。	36
32	x_{plate} の値が (a)16 mm, (b)28 mm, (c)40 mm, (d)52 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。それぞれ 0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。	37
33	シミュレーション結果を踏まえ製作した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置。	38
34	30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において計算した、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。	38
35	筐体の鉛直方向の銅板をワッシャを挟んで固定している様子。写真の例では 6 枚のワッシャを挟んでいるため y_{box} の値は 30 mm から 28 mm に小さくなっている。	39
36	2 本の同軸ケーブルのみを接続した場合の、200 MHz から 2.2 GHz までの周波数における S_{11} および S_{21} の測定結果。	39
37	同軸ケーブルのうち 1 本をラムシフト遷移装置の一方の電極の SMA コネクタに接続し、その他 3 つの SMA コネクタには 50 Ω 終端器を接続した状態での、200 MHz から 2.2 GHz までの周波数における S_{11} の測定結果。	40
38	2 本の同軸ケーブルをラムシフト遷移装置の一方の電極の 2 つの SMA コネクタにそれぞれ接続し、その他 2 つの SMA コネクタには 50 Ω 終端器を接続した状態での、200 MHz から 2.2 GHz までの周波数における S_{21} の測定結果。	40
39	式 (34) に基づいて計算した S_{11}^T (a) と CST Microwave Studio でのシミュレーション (b)。	41
40	式 (35) に基づいて計算した S_{21}^T (a) と CST Microwave Studio でのシミュレーション (b)。	42
41	装置中心からビーム方向前後 50 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値のピークと積分値を、 x_{box} を 16 mm から 130 mm まで 1 mm ずつ変えながら計算した結果。	43
42	装置中心からビーム方向前後 50 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。1.11 GHz を含む 0.2 GHz から 1.8 GHz までの周波数で計算した結果を表示している。	44
43	1.11 GHz で高い電場振幅を実現するために設計した 1.11 GHz 共振型超微細構造選択装置。	44
44	量子化軸方向に一樣な振幅 $E_z = 10$ V/cm を持つ振動電場と一定時間相互作用した後の、2S 状態各超微細準位の存在確率およびその和。	48
45	610 MHz から 1410 MHz まで 50 MHz 刻みで取った周波数点において、それぞれ 1000 イベントのモンテカルロ計算を行ったときの平均値とエラーバー。またサンプリングした元のスペクトルも載せてある。	49
46	表 3 のフィッティングパラメータによるスペクトル。	51
47	20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において、装置中心からビーム方向 (z 軸方向) に前後 30 mm の線分を設定したときの画像。	52

48	図 47 の線分上で 0.2 GHz から 2.0 GHz の範囲で周波数を変えながら出力した電場の鉛直方向 (y 軸方向) 成分の振幅。	52
49	ビーム中心軸が 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置の中心を通過すると仮定して、x 軸 y 軸対称に計 21 本の線分を設定している様子。	53
50	20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において、 α 遷移周波数に相当する 910 MHz の信号を上下の電極にそれぞれ実効値 5 W で印加した場合の、図 49 の各線分上で反水素原子が感じる振動電場の (a)y 成分の振幅 E_{0y} 、(b)z 成分の振幅 E_{0z} 、(c)x 成分の振幅 E_{0x} 。	54
51	図 50 のそれぞれの E_{0y} 、 E_{0z} 、 E_{0x} から得た $E_{0y}(t)$ 、 $E_{0z}(t)$ 、 $E_{0x}(t)$ を用いて、0.2 GHz から 2.0 GHz の範囲で 10 MHz ずつ周波数を変えながら計算した理論スペクトル。	55
52	20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置に 10 W を印加した際の 9 keV 水素原子ビームによる 2S-2P 間ラムシフト遷移の実測スペクトル。	56
53	各周波数点で 50 イベントずつ合計 400 イベントのモンテカルロ計算を行ったときの平均値とエラーバー。	56
54	表 5 のフィッティングパラメータによるスペクトル。	58
55	4.3 節で開発した超微細構造選択装置において 1110 MHz の信号を上下の電極にそれぞれ実効値 5 W で印加した場合における、図 49 と同様の配置の線分上で反水素原子が感じる振動電場の (a)y 成分の振幅 E_{0y} 、(b)z 成分の振幅 E_{0z} 、(c)x 成分の振幅 E_{0x} 。	59
56	4.3 節で開発した超微細構造選択装置で印加する 1.11 GHz の振動電場との相互作用によるモンテカルロ計算で求めた各超微細準位の存在確率時間発展。	60
57	4.2 節で開発した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において、910 MHz の信号を上下の電極にそれぞれ実効値 5 W で印加した場合における、図 49 と同様の配置の線分上で反水素原子が感じる振動電場の (a)y 成分の振幅 E_{0y} 、(b)z 成分の振幅 E_{0z} 、(c)x 成分の振幅 E_{0x} 。	61
58	表 7 のフィッティングパラメータによるスペクトル。	63
59	(a) 陽子ビームラインの概略図。(b) ウィーンフィルターの電圧に対する、陽子源の出力電流とファラデーカップで測定される電流の比。	64
60	(a) 炭素箔標的のイラスト。(b) Target Holder の写真。	65
61	Reaction Chamber からイオンを分離する Switch Yard までのビームラインの概略図。	66
62	(a) 2021 年のビームタイム前に測定された水素原子 2S-2P 間ラムシフト遷移のスペクトル。(b) Switchyard の MCP と蛍光板を組み合わせて撮影された水素原子ビームの像。	67
63	2.45 GHz 共振器による ECR イオン源型陽子源の模式図。	68
64	(a) 陽子源単体および陽子ビームラインにインストールされた状態でそれぞれ VNA を用いてパワー反射率を測定している様子。(b) それぞれの場合のパワー反射率の測定結果。青色が Proton Source 単体でのパワー反射率で、オレンジ色が陽子ビームラインにインストールされた状態で測定されたパワー反射率。	69
65	(a) 分かっている範囲内のジオメトリで CST において陽子源のマイクロ波共振器部分をモデリングした様子。(b) このモデルによるパワー反射率 S_{11} の計算結果。	70
66	超低速反陽子ビームの強度 ($\sim 10^3$) と MCP の出力の関係 [54]。	72
67	BCT の模式図 [21]。	72
68	BCT(LNE.APULB.5030) による反陽子ビーム強度の測定値。欠損値は省略してある。	73
69	SEM のイラスト [21]。	74

70	(a)SEM(LNE50.BSGW.5060) で得られる反陽子ビームプロファイルの生データ。それぞれ 47 チャンネルでデータを読み出し記録する。(b) それぞれの方向のデータをガウス関数でフィッティングしたプロファイル。(c) 水平方向および垂直方向のガウシアンから再構成した反陽子ビームの 2 次元プロファイル。	75
71	(a)BCT(LNE.APULB.5030) による反陽子ビーム強度の測定データと SEM(LNE50.BSGW.5060) による水平方向および垂直方向のガウシアン面積、およびその平均面積を適当にスケールしてプロットしたグラフ。(b) 水平方向と垂直方向のガウシアン面積の平均値と BCT によるビーム強度測定データ間の相関を表す散布図。	76
72	(a)Switchyard の MCP と蛍光板を組み合わせて得られた反陽子ビームによる衝突点と 2 次粒子による軌跡の例。(b) その約 15 秒後に得られた水素原子イオンビームによる衝突点の例。(c)Ps 生成標的である Reaction Tube に、20 keV の反陽子とタイミングを合わせ陽電子も入射させ、更に Switchyard でイオンを静電的に分離したとき得られた衝突点の例。	77
73	20 keV 反陽子ビームで反水素原子の生成を試みたときの、Lyman- α 検出器で得られる波形と Switchyard の MCP で得られる波形。	77

1 本研究の目的

ここでは本研究の背景である陽子荷電半径問題と反水素原子の分光実験について紹介した後、本研究の目的について述べる。

1.1 陽子荷電半径

1911年のE. Rutherfordによる α 線と金箔を用いた散乱実験によって、原子の中心に点状の正電荷が存在することが分かった [1]。後に原子核が陽子と中性子によって構成されていることが分かり、1955年のR. Hofstadter等による高エネルギー電子散乱実験によって、陽子が約1 fmの荷電分布を持つことが分かった [2]。この発見に続いて彼らは中性子の磁気的な内部構造の測定にも成功した。これらの核子の内部構造を世界で初めて発見した業績に対して、Hofstadterは1961年にノーベル賞を受賞した。この実験以降、陽子の大きさをより精密に測定するために多くの実験が行われている。これらの測定において陽子の大きさは、式(1)にある荷電分布関数 $\rho(\mathbf{r})$ の2次モーメントの平方根で定義され、陽子荷電半径と呼ばれている。ここでは電子散乱および原子分光による陽子荷電半径の測定について説明する。

$$\langle r^2 \rangle = \int r^2 \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (1)$$

1.1.1 電子散乱による測定

電子は内部構造を持たないため散乱実験の良いプローブとなる。また陽子荷電半径の測定のためには、陽子のみを原子核に持つ水素原子が標的として基本的に用いられる。電子の入射エネルギーが静止エネルギーに比べ十分大きいとし、電子質量を無視するモデルでは、散乱微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M \times \left[G_E^2 + \frac{\tau}{\epsilon} G_M^2 \right] \frac{1}{1 + \tau} \quad (2)$$

$$(3)$$

で与えられる [3][4]。ここで

$$G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \tau \kappa F_2(Q^2), \quad (4)$$

$$G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + \kappa F_2(Q^2), \quad (5)$$

$$\tau = \frac{Q^2}{4m_p^2}, \quad (6)$$

$$\epsilon = \frac{1}{1 + 2(1 + \tau) \tan^2(\theta/2)} \quad (7)$$

であり、 $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_M$ 、 G_E 、 G_M はそれぞれ、Mott散乱微分断面積(大きさ磁気モーメントを持たない陽子による断面積)、電気形状因子、磁気形状因子である。陽子の場合、これらの形状因子は荷電密度分布関数のフーリエ変換であるDirac形状因子 F_1 と、陽子磁気モーメントの広がりを表す関数のフーリエ変換であるPauli形状因子 F_2 を用いて式(4)、(5)のように表される。また κ 、 Q 、 m_p 、 θ はそれぞれ陽子の異常磁気モーメントに関連する定数、4元運動量移行、陽子質量、散乱角度である。陽子の内部構造の情報はLorentz不変量であるこれらの形状因子 F_1 、 F_2 に反映される。Hofstadter等は彼らの測定データの解析において、陽子の荷電密度分布が時間変化しない非相対論的極限を仮定し、

$$F(Q_L^2) = \int_0^\infty \rho(\mathbf{r}) e^{i\vec{Q}_L \cdot \mathbf{r}} d^3r \quad (8)$$

のように3次元運動量移行 Q_L を変数とする Dirac 形状因子を用いた。ここで Q_L が十分小さい場合は指数関数部分をテイラー展開することで、

$$F(Q_L^2) = 1 - \frac{Q_L^2}{6} \langle r^2 \rangle + \frac{Q_L^4}{120} \langle r^4 \rangle + \dots \quad (9)$$

$$(10)$$

と表される。ここで

$$\langle r^n \rangle = \int r^n \rho(\mathbf{r}) d^3r. \quad (11)$$

であり、これは荷電密度分布関数 $\rho(\mathbf{r})$ の n 次モーメントを意味する。従って十分小さい Q_L で電子散乱実験を行えば、その散乱微分断面積をもとに近似的に式 (11) の2次の項、つまり式 (1) で定義される陽子荷電半径の測定が出来るということである。このことから特に電子散乱実験においては、陽子荷電半径と電気形状因子は以下の外挿により関係付けられる。

$$\langle r^2 \rangle \equiv 6 \left. \frac{dG_E}{dQ^2} \right|_{Q \rightarrow 0} \quad (12)$$

電子散乱によって陽子荷電半径を高精度に測定するためには、高次モーメントの寄与を減らすべく、なるべく小さな Q_L で実験を行う必要がある。また高精度に測定するためには電気形状因子による寄与と磁気形状因子による寄与を分離しなければならず、 Q^2 を固定して散乱角度を変えながらデータを得る必要がある (Rosenbluth 分離 [6])。このとき Q^2 を一定に保つためには電子の入射エネルギーを高い精度で変化させる必要がある。また測定方法によっては形状因子の理論モデル依存性が影響するため、現在も実験と理論の両面で活発に研究が進められている。

1.1.2 原子分光による測定

R. Hofstadter 等により核子の内部構造が測定されていた 1950 年代に、水素原子の高精度分光によっても陽子荷電半径が求まる可能性が提案された [5]。ここでまず水素原子のエネルギー準位について説明する。主量子数 n 、軌道角運動量量子数 l 、およびスピン角運動量との合成角運動量量子数 j によって指定される相対論的な水素原子のエネルギー準位は以下のように表される [7]。

$$E_{nlj} = hcR_\infty \left(-\frac{m_{\text{red}}}{m_e} \frac{1}{n^2} + f_{nlj} \left(\alpha, \frac{m_e}{m_p}, \dots \right) + \delta_{l0} \frac{C_{NS}}{n^3} r_p^2 \right) \quad (13)$$

ここで第1項はボーア模型におけるエネルギー、第2項は電子の自己相互作用や真空偏極といった量子電磁力学的効果によるエネルギー補正項、第3項は陽子の荷電分布から生じるクーロン引力の遮蔽効果によるエネルギー補正の主要項であり、これは s 軌道に対して非ゼロの値を持つ。また h はプランク定数、 c は光速、 R_∞ はリュドベリ定数、 m_e は電子質量、 m_p は陽子質量、 m_{red} はそれらの換算質量、 α は微細構造定数、 δ はクロネッカーのデルタ、 C_{NS} はこの補正項の程度を表す係数、 r_p は陽子荷電半径を表す。従って水素原子の分光において陽子荷電半径を求めるためには式 (13) の第3項に起因する周波数シフトを測定する。

この周波数シフトの測定には2つの測定原理が考えられる。1つは $2S_{1/2} - 2P_{1/2}$ 間ラムシフト遷移を直接高精度に分光し、その測定値から量子電磁力学的効果の計算値を引くことで、陽子荷電半径を直接求める方法である。このときの周波数シフト $\delta\nu$ は具体的に以下のように計算されている [8]。

$$\delta\nu = \frac{2(Z\alpha)^4}{3n^3} \left(\frac{m_e c^2}{h} \right) \langle r_p^2 \rangle \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 \text{ Hz} \quad (14)$$

ここで λ_c は電子コンプトン波長で、 Z は原子番号であり水素原子の場合には1である。この周波数シフトは1000 ppm 程度から影響する。もう1つの方法は、異なる主量子数を持つ準位間で2通りの遷移を測定し、リュードベリ定数と陽子荷電半径を2つの未知数として同時に求める方法である。ここではレーザーによる分光が行われ、基底状態から $n = 12$ 程度の励起状態までの様々な準位間での遷移を用いた測定が行われている。

水素原子のラムシフト分光による陽子荷電半径の最高精度の測定は、Frequency Offset Separated Oscillatory Fields 法という方法により達成され、3 ppm 精度の分光から1%精度で陽子荷電半径が求められた [9]。

1.1.3 陽子荷電半径問題

1.1.1 節と1.1.2 節で述べたように、2000 年代以前に主に水素原子を用いた電子散乱実験および分光実験により多数のグループによって陽子荷電半径が測定され、平均して約 0.88 fm の値が得られていた。しかし2010 年に行われたミュオン水素原子のラムシフト分光実験によって、0.840 87(39) fm というそれまでの平均の測定値から約 4σ 小さい陽子荷電半径の値が報告された [10]。ミュオンは電子の約207 倍の質量を持つため s 状態波動関数は陽子のより近傍に分布する。従って陽子の荷電分布から生じる遮蔽効果が増幅され高精度に陽子荷電半径が測定される。この報告を機に水素原子における追加測定および過去の測定データの再解析が行われた。

図1にこれら2010 年以降の測定で得られた陽子の荷電半径の値および一部改めて解析された値を、従来の値とともに示す。図中上から二つがそれぞれ従来の電子散乱および水素原子分光による陽子荷電半径の平均値である。その次が初めて小さい陽子荷電半径の値を報告したミュオン水素原子ラムシフト分光による測定値である。次が CODATA 2014 の推奨値 [11] である。その次が2017 年の新たな2S-4P 間遷移による測定値 [7] であり、これは小さい陽子荷電半径の値を支持する。次が2018 年の新たな1S-3S による測定値 [12] であり、これは従来の陽子荷電半径の値を支持する。その次が CODATA 2018 の推奨値 [13] であり、これは最近の小さい荷電半径を支持する複数の測定を受けて約 0.84 fm に変更された。次が1986 年の Separated Oscillatory Fields 法によるデータに対して A. Marsman 等が系統的不確かさを解析し直して求めた値 [14] である。このように再解析の結果、小さい陽子荷電半径を支持する例もある。その次がラムシフト分光による最高精度の測定値 [9] と電子散乱による新たな測定値 [15] である。最後が2020 年の1S-3S 間遷移による測定値 [16] である。

このように最新の水素原子および電子散乱の測定値や CODATA の推奨値が小さい陽子荷電半径の値を支持する一方で、一部の近年の測定ではまだ大きな半径を示唆するなど議論は決着しておらず、現在も陽子荷電半径問題として活発に議論されている。

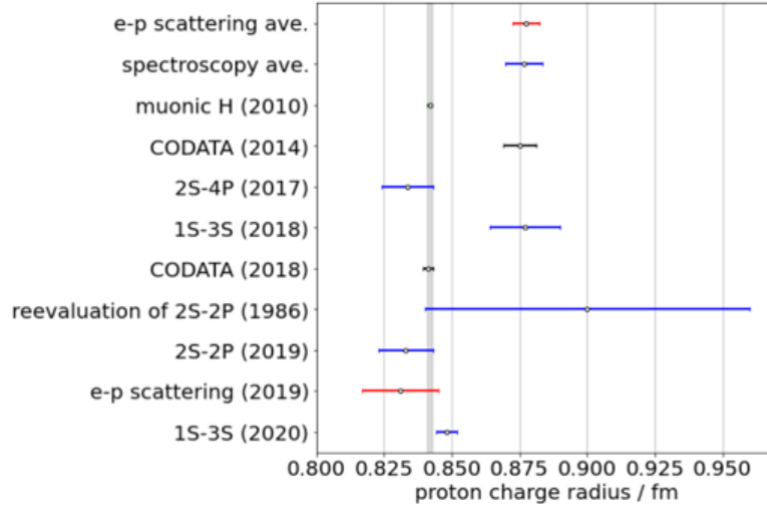


図 1: 様々なグループによる陽子荷電半径の測定値と CODATA の推奨値 (参考 [9])。

1.2 反水素原子分光と CPT 対称性の検証

反水素原子は、陽子と電子の反粒子である反陽子と陽電子によって構成される最も単純な中性反原子系であり、欧州原子核研究機構 CERN の Low Energy Antiproton Ring (LEAR) で初めて生成された [17]。標準理論の前提となる局所場の理論においては荷電変換、パリティ変換、時間変換の同時変換のもとで物理法則が不変であること、つまり CPT 対称性が証明されるが、反水素原子の合成が報告されて以降、これを用いた CPT 対称性の実験的検証が様々なグループにより行われている。特に最近反水素原子の高磁場中での分光実験においては、基底状態超微細構造間遷移周波数 ν_{HFS} [18]、1S-2S 間 2 光子遷移周波数 $\nu_{1\text{S}-2\text{S}}$ [19]、1S-2P 間 Lyman- α 遷移周波数 $\nu_{1\text{S}-2\text{P}}$ [20] の以下のような値が既に報告されている。

$$\nu_{\text{HFS}} = 1,420.4(5) \text{ MHz} \quad (15)$$

$$\nu_{1\text{S}-2\text{S}} = 2,466,061,103,079.4(5.4) \text{ kHz} \quad (16)$$

$$\nu_{1\text{S}-2\text{P}} = 2,466,051.7(0.12) \text{ GHz} \quad (17)$$

また式 $\nu_{1\text{S}-2\text{S}}$ と $\nu_{1\text{S}-2\text{P}}$ の測定結果から、 $2S_{1/2}-2P_{3/2}$ 間微細構造遷移周波数 $\nu_{2S_{1/2}-2P_{3/2}}$ および $2S_{1/2}-2P_{1/2}$ 間ラムシフト遷移周波数 ν_{Lamb} についても、間接的に以下のような値が報告された [20]。

$$\nu_{2S_{1/2}-2P_{3/2}} = 10.88(0.19) \text{ GHz} \quad (18)$$

$$\nu_{\text{Lamb}} = 0.99(11) \text{ GHz} \quad (19)$$

現状、これらの測定値において水素原子の測定値との矛盾は見つかっていない。標準理論を越えた新しい物理の可能性を CPT 対称性の破れの観点から探索するために、より高精度な分光が望まれている。また、分光実験による CPT 対称性の検証に加え、反水素原子の重力応答を測定することで弱い等価原理の検証を目指す実験等も進行している。

1.3 本研究の目的

本研究は反水素原子の 2S-2P 間ラムシフト遷移を直接高精度に分光することで、反陽子の持つ荷電分布によって生じる周波数シフトをもとに、反陽子荷電半径を測定することを目的とする。これは基礎物理量としては世界初の測定となり、陽子荷電半径問題に反物質の視点からアプローチする意義を持つ。また陽子荷電半径と反陽子荷電半径の比較による CPT 対称性の検証にも繋がる。反水素原子ラムシフト分光実験の第一段階として 1%精度での分光を目指す。この精度は反陽子荷電半径の導出には足りないものの、2020 年に報告された先行実験による精度 11%の測定 [20] を 1 桁上回る。次により多くの統計を蓄積し、約 100 ppm 精度の分光から、約 10%精度での反陽子荷電半径を求める。最終的には Separated Oscillation Fields 法による約 10 ppm 精度の分光を行い、陽子の測定に匹敵する約 3%精度での反陽子荷電半径の測定を目指す。また本研究で開発するマイクロ波分光装置を元にして、約 10 GHz の $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ 間微細構造遷移を直接測定することも計画している。

本研究では上記の目的のために超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置といったマイクロ波分光装置を開発した。また本研究では反物質を用いることから統計の蓄積に時間を要するため、これらの開発する装置をある期間使用して分光実験を行った際に得られる測定精度を、数値シミュレーションによって見積もる手法を開発した。またラムシフト遷移の直接的な高精度分光のために、本研究では磁場の影響の少ない環境中に反水素原子をビームとして用意し分光を行う。そのために陽子を用いた対照実験を準備した。また、反水素原子合成には数 keV 程度まで減速された低速反陽子ビームが必須となる。本研究では、この低速反陽子ビームの強度や形状のモニタリング手法を開発し、合成される反水素原子数を見積もるためにこれらのデータ間の相関解析を行った。これによって将来の分光実験において実験的にラムシフト遷移周波数を求める際の不確かさ解析を行えるようになる。

2 GBAR 実験の概要

ここでは、反水素原子ビームのラムシフト分光を行う GBAR 実験ビームラインについて説明する。反陽子減速器 AD および低速反陽子蓄積リング ELENA についても述べる。

2.1 AD および ELENA からの低速反陽子ビームの供給

スイスのジュネーブ近郊にある欧州原子核研究機構 CERN の反陽子減速器 Antiproton Decelerator(以下 AD) では、世界で唯一低速反陽子ビームの供給が可能である。AD では確率冷却と電子冷却を繰り返しながら反陽子を減速し、5.3 MeV の反陽子ビームを供給している。更に AD からの反陽子を 100 keV にまで減速し冷却したビームを供給する低速反陽子蓄積リング ELENA (Extra Low ENergy Antiproton ring) [21] が稼動し始めた。

AD/ELENA のビームを利用する各実験には、図 2 に模式的に示した輸送ラインを通じて、同時に 4 つの実験におよそ 2 分に一回 100 keV の反陽子ビームが供給される。また必要に応じて水素原子イオンを 15 秒に 1 回供給することができ、ユーザーはこれを用いることで各実験ビームラインで輸送最適化に要する時間を大幅に短縮することが出来る。これらの反陽子と水素原子イオンは 1 回あたり約 10^6 個供給されると見積もられている。

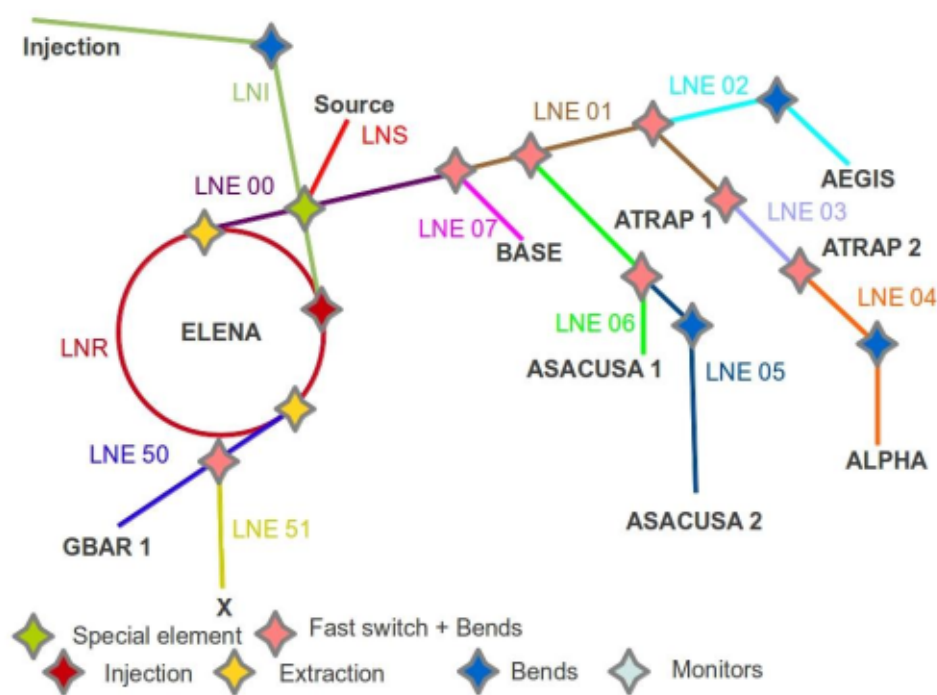


図 2: ELENA と各実験への transfer line の模式的な図。

2.2 GBAR 実験の目的

GBAR(Gravitational Behaviour of Antihydrogen at Rest) 実験 [22][23] は数 μK に冷却された反水素原子 $\bar{\text{H}}$ の自由落下を観測し、反物質に対する重力加速度 \bar{g} の 1%精度での測定を目指している。

この実験の目的は、物質と反物質の重力場中の運動における等価性を主張する弱い等価原理を直接検証することである。

このような重力自由落下運動の測定に \bar{H} を用いる利点として以下のことが挙げられる。まず \bar{H} は電氣的に中性であるため反陽子 \bar{p} や陽電子 e^+ といった荷電反粒子よりも電磁場の影響を受けにくく、また原理的には寿命が無限であることからポジトロニウム Ps などの中性の粒子・反粒子束縛系を用いるよりも長時間の測定が行える。

GBAR 実験では e^+ を 1 つ多く持つ \bar{H}^+ を生成し RF イオントラップに閉じ込めベリリウムイオン Be^+ との共同冷却およびラマンサイドバンド冷却を行うことで、反跳限界を越えた μK 以下の極低温を実現する。最終的に余分な e^+ をレーザーで解離させ \bar{H} の自由落下運動を精密測定する計画である。

2.3 GBAR 実験における反水素原子および反水素原子イオンの生成過程

ALPHA[24] や ASACUSA[25] では \bar{p} と e^+ をそれぞれ非中性プラズマとして輸送し混ぜ合わせることで \bar{H} を生成する。それに対し GBAR ではまず低励起状態の Ps 標的を用意し、 \bar{p} を数 keV のビームとして入射することで、以下に示す三体の荷電交換反応により低励起状態の \bar{H} および \bar{H}^+ を効率的に生成する。



式 (20) の反応における低励起状態 \bar{H} の生成散乱断面積は図 3 にあるように入射する \bar{p} の運動エネルギーに依存しており、基底状態の生成効率は約 2 keV で、2S 状態の生成効率は約 6 keV で入射した際に最大となる [26]。式 (21) の反応においては基底状態の \bar{H} しか主に寄与しないことがいくつかの理論計算で示されている [27][28]。従って低励起状態の \bar{H} が基底状態まで脱励起した上でさらに Ps と反応出来るようターゲットの奥行きを 20mm と長く取っている。さらに式 (21) の反応での \bar{H}^+ 生成効率は入射する \bar{H} の運動エネルギーだけでなく、図 4(a) および (b) にあるように、Ps のエネルギー準位にも依存することが複数の計算モデルでの計算で示されている [29]。図 4(a) は Uncorrelated Chandrasekhar 波動関数に基づく理論計算結果で、(b) は Le Sech 波動関数に基づく理論計算結果である。どちらも基底状態の \bar{H} と 1s 状態から 3d 状態までの PsPs との反応による \bar{H}^+ の生成散乱断面積を表示している。どちらの計算モデルにおいても、反陽子入射エネルギーが約 6 keV 以下では \bar{H}^+ の生成のためには励起状態の Ps を用意する必要があることが読み取れ、特に 2p 状態の Ps を用意すれば \bar{H}^+ の収量を最大化出来る。なお GBAR 実験では反水素原子および反水素原子イオンの生成散乱断面積の測定も行い、これらの計算モデルの検証も行う。Ps の 3d 状態は 31ns と比較的長い寿命を持っているため、現段階では 1s – 3d 間の遷移周波数に相当する 410 nm パルスレーザーを用いる計画である。

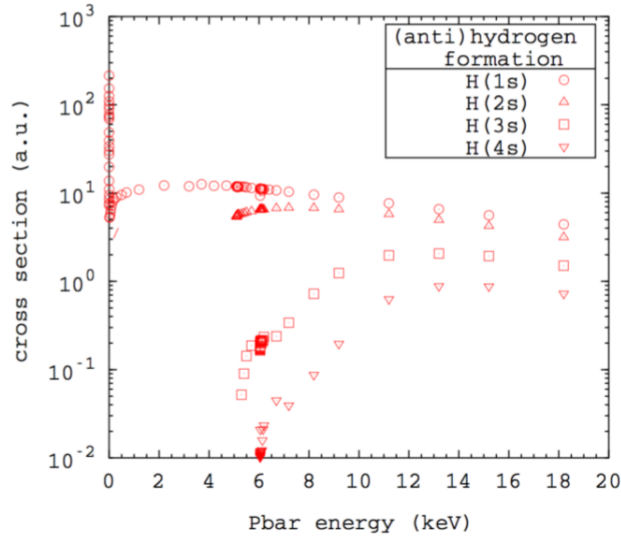


図 3: 式 (20) の反応において、Ps 標的入射時の \bar{p} の運動エネルギーに対する低励起状態 \bar{H} の生成散乱断面積の計算結果 [26]。

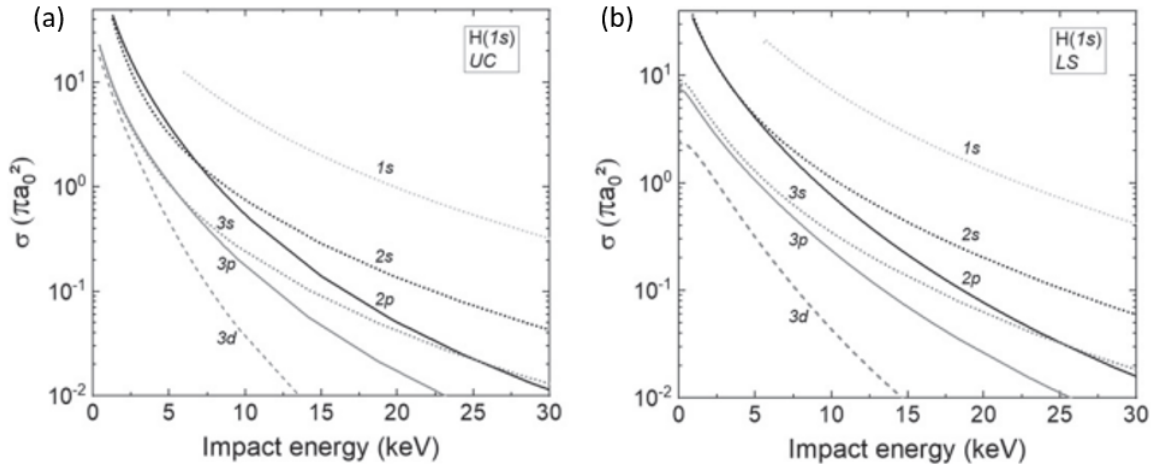


図 4: 式 (21) の反応による \bar{H}^+ の生成散乱断面積の、Uncorrelated Chandrasekhar 波動関数に基づく計算結果 (a) と Le Sech 波動関数に基づく計算結果 (b) [29]。

GBAR 実験の最終段階では図 5 に示す $1 \times 1 \times 20 \text{ mm}^3$ の Reaction Tube 内でポジトロニウムの雲を形成して、そこに反陽子パルスビームを打ち込むことで式 (20) および式 (21) の連続した荷電交換反応を起こし、反水素原子イオンを得る計画である。(現在は $2 \times 2 \times 20 \text{ mm}^3$ の Reaction Tube が設置されている。)

ここではまず e^+ が Reaction Tube 内の多孔質シリカ標的に入射され Ps が生成される。Ps は標的内部を熱拡散し、約 10 ns 後に標的表面から脱離し Ps の雲を形成する。このとき 410 nm パルスレーザーにより Ps が 3d 状態に励起される。直後に反陽子トラップから約 1 keV から 6 keV の \bar{p} を入射し (20) と (21) の反応を経て \bar{H} および \bar{H}^+ が、また反応を起こさなかった \bar{p} も共に Reaction Tube から出ていく。

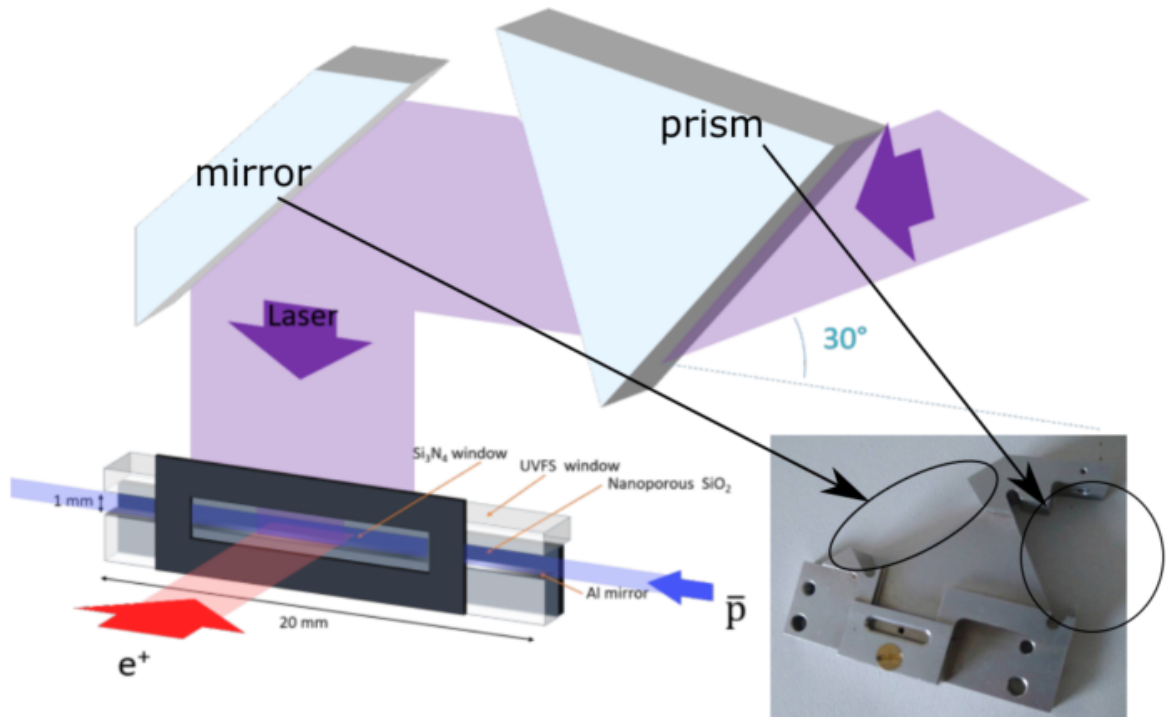


図 5: Reaction Tube の模式図と写真。Ps を $3d$ 準位に励起するための 410 nm パルスレーザーがプリズムとミラーを介して Reaction Tube 上面の SiN ウィンドウから照射される。

2.4 GBAR 実験の反陽子ビームラインおよび陽電子ビームライン

図 6 は \bar{p} と e^+ をそれぞれ減速、トラップした後 \bar{H}^+ を合成して重力自由落下を観測するまでの一連の流れを示す。この図中の Reaction Chamber において 2.3 節で説明した \bar{H} および \bar{H}^+ の生成反応を起こす。以下では効率的な \bar{H} および \bar{H}^+ の生成に欠かせない低速反陽子パルスと高密度陽電子パルスを生成する各ビームラインの現状について説明する。

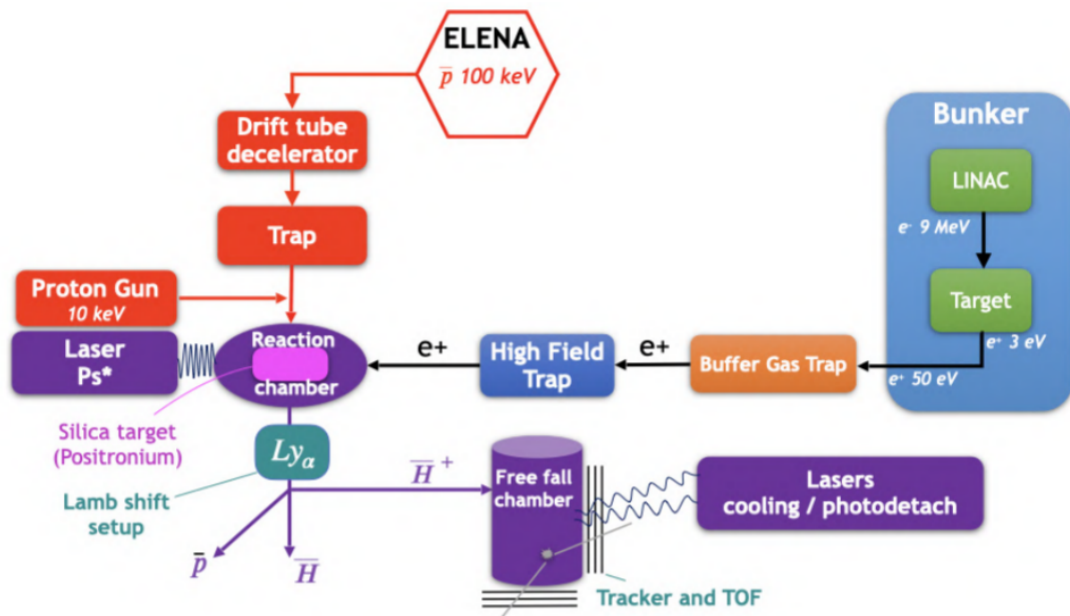


図 6: GBAR 実験の最終段階の全体像。2021 年のビームタイムでは、韓国のグループが開発を進めている反陽子トラップは Free Fall Chamber の建設が予定されている位置に設置されている。

反陽子ビームライン

ELENA から供給される 100 keV の反陽子ビームは図 7 にある減速器によって数 keV まで減速される [30]。ここでは 2 段の三重極静電レンズにより集束された \bar{p} をドリフトチューブで減速し、その後静電レンズによりビームを再び集束する。なお減速器の手前には偏向装置と MCP(マイクロチャンネルプレート検出器)1 が設置されている。下流には最終的に反陽子トラップが設置される予定だが、2021 年のビームタイムでは図 8 にある Connection Line が設置されている。内部には上流から順に MCP2、静電レンズ、偏向装置、静電レンズ、MCP3 が設置されている。反陽子ビームは Connection Line 内部で軌道の修正と集束を受けた後、図 9 にあるように幅 1 cm の四重極偏向器 (QB) を通り抜け更に四重極トリプレットと偏向装置で軌道修正されてから Reaction Chamber 内部の Ps 生成標的に入射される。なお陽電子ビームラインは Reaction Chamber の紙面上方から接続されている。

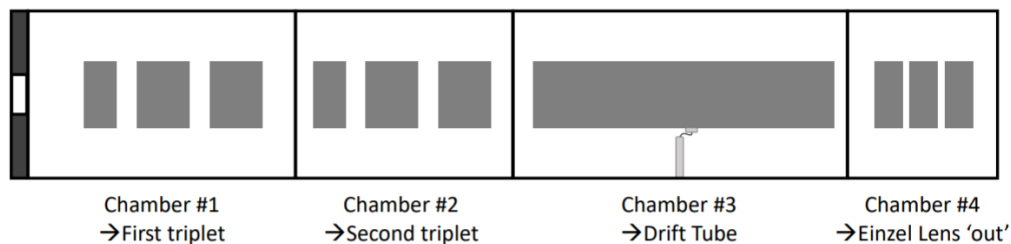


図 7: 減速器の模式図。

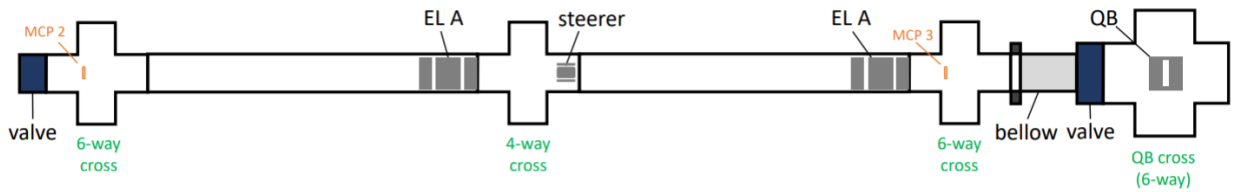


図 8: Connection Line の模式図。

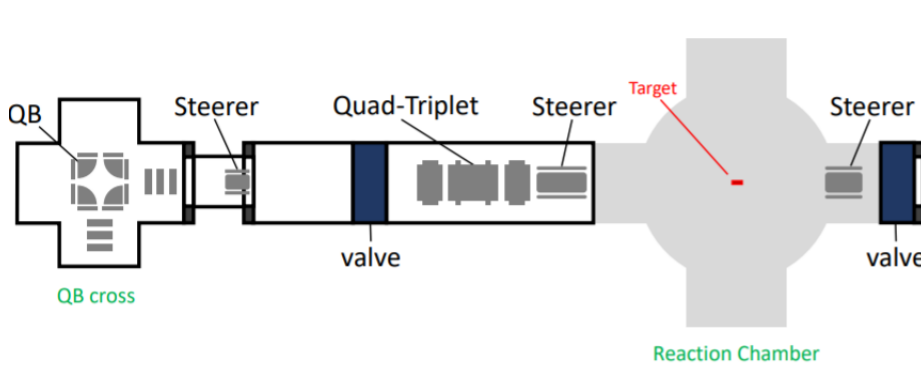


図 9: 四重極バンダーから Reaction Chamber までの模式図。

減速器のみを用いた場合、反陽子のエネルギーを 6 keV 前後までしか落とすことが出来ず、また Reaction Tube へ十分集束して入射することが難しいため、 $2 \times 2 \times 20 \text{ mm}^3$ の Reaction Tube を用いる。このときの輸送効率は約 30% であり、約 10^6 個の反陽子を Reaction Tube へ輸送出来ると見積もられている。反陽子トラップを用いる場合、反陽子のエネルギーを約 1 keV まで落とすことが出来、Reaction Tube へ十分収束して入射することが出来るため、 $1 \times 1 \times 20 \text{ mm}^3$ の Reaction Tube を用いる。このときの輸送効率は約 80% であり約 4×10^6 個の反陽子を Reaction Tube へ輸送出来る。

陽電子ビームライン

式 (20) および式 (21) の連続する荷電交換反応による $\bar{\text{H}}, \bar{\text{H}}^+$ の生成効率は Ps 密度の 2 乗ひいては e^+ ビームの強度に比例する。GBAR 実験ではこれらの生成効率を稼ぐため ^{22}Na 線源による e^+ の生成でなく、図 10 に示す線形高周波加速器を用いた生成を行う [31]。図左側に電子線の高周波線形加速器とタングステンターゲットおよび e^+ を輸送するためのコイルがある。S 字型の輸送ラインにも適宜コイルが巻かれておりトラップ領域まで e^+ を届ける。ここでは最大 300Hz の周波数の 9 MeV 電子線パルスをもタングステン ^{74}W ターゲットに照射し、制動放射 γ 線による対生成で 7 MeV の e^+ を生成する。このままではエネルギーが高すぎるため、直後に ^{74}W ワイヤを重畳させたモデレーターを通過させる。このモデレーターのワイヤはアニーリング処理を施されており e^+ は効率的に熱拡散する。その後引き出し電極によりモデレーター表面から 50 eV の運動エネルギーで真空中に脱离させる。このような工夫を施すことで GBAR の LINAC 型陽電子源は比較的低エネルギーかつ低パワーの電子線を用いながらも、約 $5 \times 10^7/\text{s}$ という高強度の陽電子パルスを生成出来る。

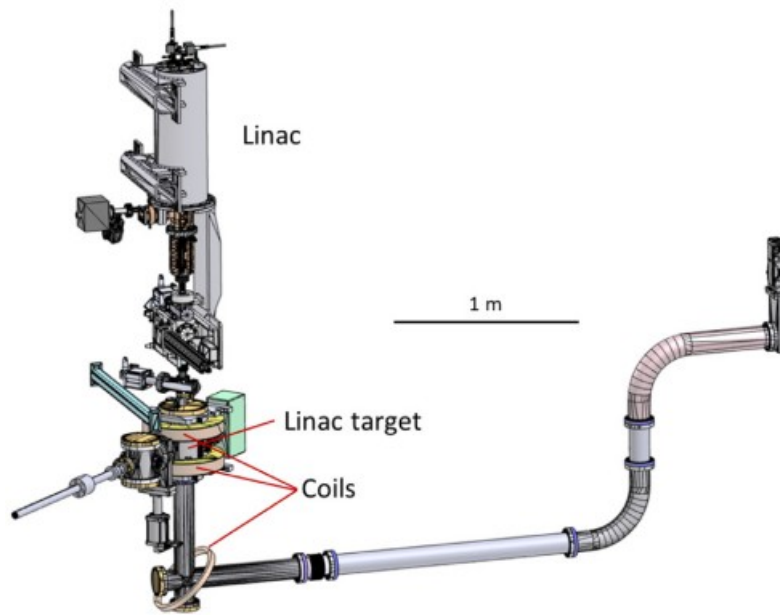


図 10: Linac 型陽電子源の概略図 [31]。

このように生成された e^+ は Buffer Gas Trap(以下 BGT) と High Field Trap(以下 HFT) の二段階に分けて冷却およびトラップされる。最終的に e^+ を約 2 分間蓄積し Ps 生成標的である Reaction Tube に入射する。図 11 に第一段階の冷却と蓄積を行う Surko トラップ型 BGT の模式図を示す [32]。BGT は三つのステージから構成され、第 1 ステージでは N_2 と CO_2 の混合気体によるガス冷却を行う。第 2 ステージでは円筒電極のうちの一つが動径方向に四分割されている。そこに位相を $\pi/4$ ずつずらした高周波を印加することで回転電場を形成し、 e^+ を径方向に圧縮 (Rotating Wall 法 [33]) しながらガス冷却を行う。この圧縮と冷却を 100 ms のサイクルで計 10 回行う。ここから 1 秒毎に輸送される e^+ に対して第 3 ステージで更に冷却および圧縮を行い、数秒間蓄積してからメイン蓄積トラップの HFT に輸送する。

図 12 に第二段階にあたる Penning-Malmberg トラップ型 HFT の模式図を示す [34]。HFT は GM 冷凍機で冷却された超伝導ソレノイドによって中心磁場強度 5 T の一様磁場を形成する。更に内部の円筒型電極で静電ポテンシャルを形成し、BGT 第 3 ステージから数秒毎に輸送される e^+ を約 2 分間蓄積する。蓄積された e^+ は静電レンズで集束されながら、引き出し電極によって 3 keV の運動エネルギーの 30 ns のパルスビームとして Reaction Chamber に入射される。

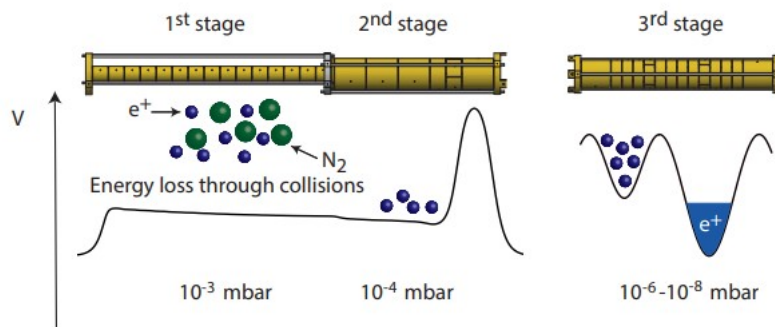


図 11: BGT の模式図 [32]。

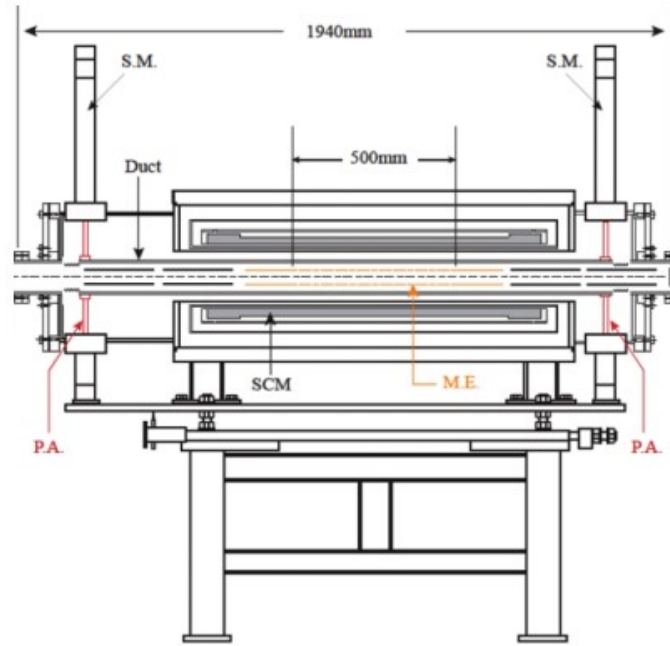


図 12: HFT の模式図 [34]。

2021 年には 2 分間で約 10^8 個、1100 秒間で約 10^9 個の e^+ を蓄積し Ps 標的へ入射することに成功した [35]。最終的には 2 分間で約 10^{10} 個の e^+ の蓄積を目指している。

2.5 反水素原子の個数

一度の生成における Reaction Tube 内部の反陽子数、ポジトロニウム密度、反陽子のエネルギーに対する反水素原子の全生成散乱断面積をそれぞれ N_p , n_{Ps} , σ とおくと、生成する反水素原子の個数 $N_{\bar{H}}$ は

$$N_{\bar{H}} = \sigma \times N_p \times n_{Ps} \times 1/e \quad (22)$$

と表せる [22]。ここで $1/e$ はポジトロニウムの崩壊による補正係数である。2021 年のビームタイムでは反陽子トラップを用いず減速器のみで反陽子の減速および輸送を行い、Reaction Tube には $2 \times 2 \times 20 \text{ mm}^3$ のものを用いた。このとき Reaction Tube 内部の反陽子数、ポジトロニウム数、および 6 keV の反陽子に対する反水素原子の全生成散乱断面積はそれぞれ、約 10^6 個、 2×10^8 個、 $11 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ [26] と見積もられる。これらの値から式 (22) をもとに反水素原子の収量を概算すると約 1 個となる。このうち 2S 状態のものは 0.1 個含まれていると見積もられる。

将来的に反陽子トラップを用いることで反陽子を入射出来るようになるため、 σ は 6 keV の場合と比べ 2 桁上昇する。また Reaction Tube への輸送効率が向上するため、 $1 \times 1 \times 20 \text{ mm}^3$ の形状の Reaction Tube を用いることで n_{Ps} が 4 倍に上昇する。また陽電子の蓄積数自体も 2 分間で約 10^{10} 個にまで上昇し、輸送効率も向上する計画である。このときの反水素原子の収量を式 (22) をもとに概算すると約 1000 個となる。このうち 2S 状態のものは数十個含まれていると見積もられる。

3 ラムシフト分光の方法

ここではラムシフト分光に関する歴史的背景と本研究における測定方法について説明する。

3.1 ラムシフトについて

1947年のW. E. LambとR. C. Retherfordによる水素原子のマイクロ波分光実験から $2S_{1/2}$ 準位と $2P_{1/2}$ 準位の間に約1.05 GHzのエネルギー差があることが判明した[36]。スピンの存在を説明したDirac方程式ではスピン軌道相互作用による水素原子の微細構造は説明出来たが、 $2S_{1/2}$ 準位と $2P_{1/2}$ 準位の縮退が解けていることは説明出来なかった。W. E. LambとR. C. Retherfordによる実験の1ヶ月後、水素原子中の電子の自己相互作用と自由電子の自己相互作用の差分を考慮したH. A. Betheの理論によりラムシフトの基本的な原理が説明された[37]。これを元に繰り込み理論が提唱され朝永振一郎、R. P. Feynman、J. Schwinger等によって量子力学と電磁気学を統合した量子電磁力学が完成された。その後マイクロ波技術の発展に伴いラムシフトの測定精度が上昇し、現在は量子電磁力学的な効果に加え陽子荷電半径による効果まで測定出来るようになった。

3.2 超微細構造による共鳴幅の広がりと選択則

CPT対称性のもとでは \bar{H} の $2S_{1/2}$ 準位と $2P_{1/2}$ 準位には水素原子と同じ超微細構造 $F=0$ 準位と $F=1$ 準位が存在すると考えられる。水素原子については $2S_{1/2}$ 準位超微細構造間の遷移周波数としてあるいは177 556 785(29) Hzといった測定値[38][39]があり、 $2P_{1/2}$ 準位超微細構造間の遷移周波数として59.22(14) MHzといった測定値[40]や59.1695(6) MHzといった理論値[41]などが報告されている。これら $2S_{1/2}$ 準位と $2P_{1/2}$ 準位の超微細構造を考慮すると、直線偏光マイクロ波による2S-2P間ラムシフト遷移には図13にあるように約910 MHzの α 遷移、約1088 MHzの β 遷移、約1147 MHzの γ 遷移が存在することが分かる。これら3つの遷移に対応するエネルギー差 $\Delta E_\alpha, \Delta E_\beta, \Delta E_\gamma$ とラムシフト ΔE_{Lamb} との関係は式(23)(24)(25)で与えられる[42]。

$$\Delta E_\alpha = \Delta E_{\text{Lamb}} - \frac{3}{4}\Delta E_{\text{HFS},2S_{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{4}\Delta E_{\text{HFS},2P_{\frac{1}{2}}} \quad (23)$$

$$\Delta E_\beta = \Delta E_{\text{Lamb}} + \frac{1}{4}\Delta E_{\text{HFS},2S_{\frac{1}{2}}} - \frac{1}{4}\Delta E_{\text{HFS},2P_{\frac{1}{2}}} \quad (24)$$

$$\Delta E_\gamma = \Delta E_{\text{Lamb}} + \frac{1}{4}\Delta E_{\text{HFS},2S_{\frac{1}{2}}} + \frac{3}{4}\Delta E_{\text{HFS},2P_{\frac{1}{2}}} \quad (25)$$

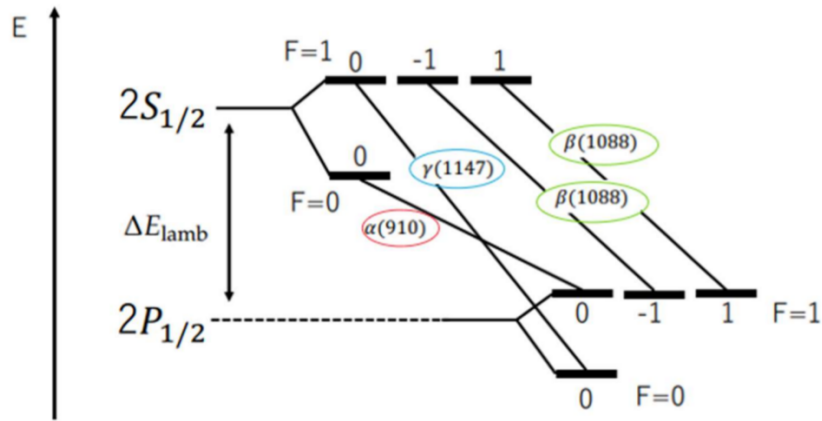


図 13: 直線偏光マイクロ波による 2S-2P 間ラムシフト遷移。

これら自然幅約 100 MHz の 3 種類の遷移の重ね合わせからラムシフト遷移の共鳴幅は広がり、図 14 に示すように特に β 遷移と γ 遷移の遷移周波数が近いことにより中間の約 1.1 GHz で大きな共鳴ピークがスペクトルに現れる [43]。このままでは分光精度が低いため、 $2S_{1/2}(F=1)$ 状態を予め脱励起させることで、図 15 のスペクトルのように $2S_{1/2}(F=0)$ 状態による α 遷移を主に分光することで精度を上げる手法が知られている [43][44][9]。

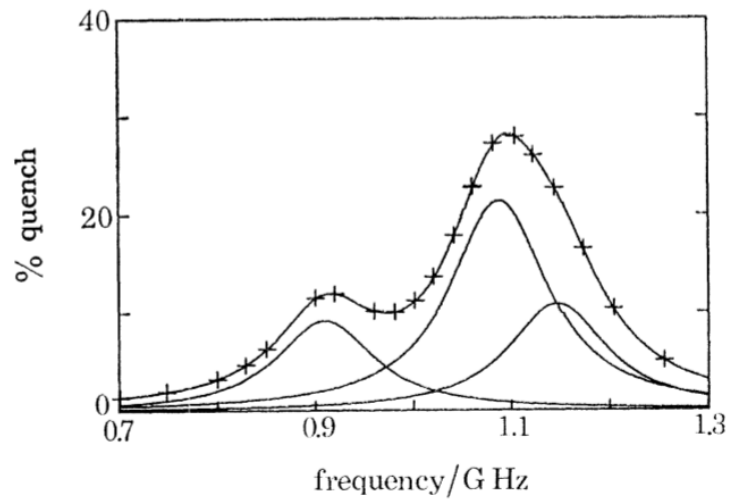


図 14: 3 種類 (α , β , γ) の遷移による 2S-2P 間ラムシフト遷移のスペクトル [43]。

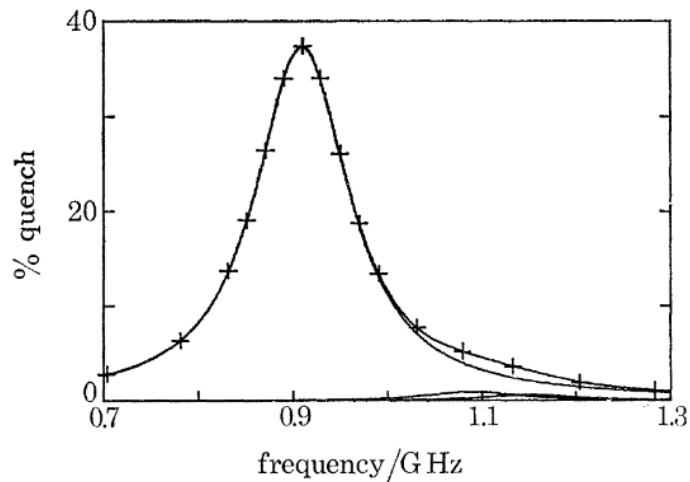


図 15: $2S_{1/2}(F=1)$ 状態を予め脱励起させた場合の $2S$ - $2P$ 間ラムシフト遷移のスペクトル [43]。

3.3 本研究の分光方法

ここでは本研究における反水素原子 $2S$ - $2P$ 間ラムシフト遷移の分光方法を説明する。基本的には $2S$ 状態 \bar{n} に $2S$ - $2P$ 間ラムシフト遷移前後の周波数帯のマイクロ波を照射しラムシフト遷移を促した後、遷移せずに残った $2S$ 状態 \bar{n} による Lyman- α 光を検出する。マイクロ波が共鳴周波数に近い程 Lyman- α 光の検出数が減るため、周波数を変えながら測定したとき共鳴周波数付近で下凸のピークを持つラインシェイプが得られる。ただし 3.2 節で議論した超微細構造に基づく共鳴幅の広がりを抑えるために、 $2S_{1/2}(F=1)$ 状態を予め脱励起させる超微細構造選択装置をラムシフト遷移装置の手前に導入する。従って本研究では図 16 にあるように以下の順で $2S$ 状態 \bar{n} が各装置を通過し精密分光を行う。

1. 超微細構造選択装置 (β 遷移と γ 遷移の中間の 1.11 GHz に固定) で $2S_{1/2}(F=1)$ 状態を予め脱励起させる。
2. ラムシフト遷移装置 (700 MHz から 1300 MHz で掃引) で $2S_{1/2}(F=0)$ 状態による α 遷移に対して分光を行う。
3. Lyman- α 光に感度を持つ CsI コーティングの施された MCP により、ラムシフト遷移せず残った $2S_{1/2}(F=0,1)$ 状態を検出する。

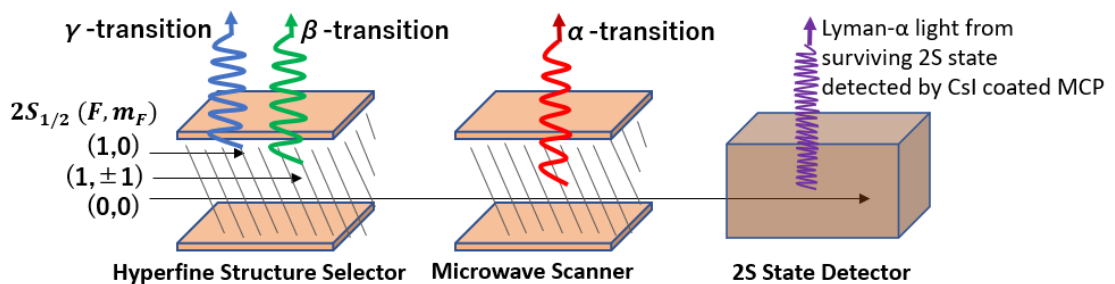


図 16: 本研究での $2S$ - $2P$ 間ラムシフト遷移測定セットアップの模式図。

3.3.1 超微細構造選択装置

超微細構造選択装置では β 遷移と γ 遷移の源である $2S_{1/2}(F=1)$ 状態を予め脱励起させるため、 β 遷移と γ 遷移の中間の 1.11 GHz のマイクロ波を印加する。本研究では $2S_{1/2}(F=1)$ 状態を悉く脱励起出来る程度のマイクロ波電場強度分布を最小限のパワーで実現出来るよう、文献 [9] を参考に 1.11 GHz で共振が起こる構造の装置を設計した。

3.3.2 ラムシフト遷移装置

周波数を掃引して共鳴ピークを探す分光系の要とも言えるラムシフト遷移装置は、掃引する周波数帯域で 50 ohm でインピーダンス整合された伝送線路として開発する。これはマイクロ波電場強度分布の周波数依存性に起因する系統的な不確かさを極力抑えるためである。本研究では文献 [44] を参考にして平行平板電極構造の装置を検討した。 \bar{H} を対象とする本研究においても水素原子の α 遷移周波数約 910 MHz との一致を想定し、700 MHz から 1300 MHz の周波数帯域で安定したパワー透過率を持つよう開発およびテストを行った。

超微細構造選択装置とラムシフト遷移装置にはそれぞれ図 17 にあるように信号発生器、10 W 増幅器、位相反転分波器を通してマイクロ波を印加し、位相反転結合器、減衰器を経てパワー測定器で透過パワーを測定する。これらの位相反転分波器、結合器および同軸ケーブルは全て、ラムシフト遷移装置への信号伝送経路上、信号源側とモニター側で対称になるよう配置されている。従って入力パワーとパワー測定器で測定されたパワー（正確には減衰器での減衰を補正したパワー）の差分の約半分がラムシフト遷移装置に到達するまでのパワー損失だと推定出来る。このようにしてラムシフト遷移装置で実際に印加されているパワーを正確に推定出来る。

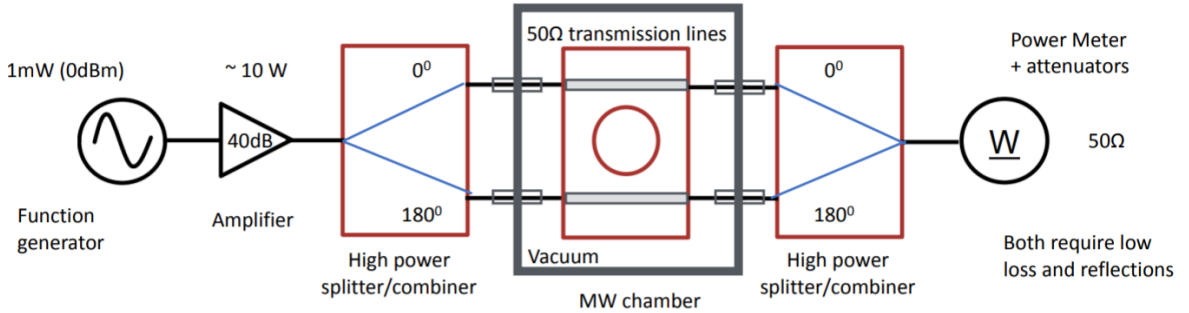


図 17: 超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置へのマイクロ波入力と透過の模式図

3.3.3 2S 状態検出器

図 18 に示す 2S 状態検出器では、ラムシフト遷移装置で遷移を起こさずに通過した $2S_{1/2}(F=0,1)$ 状態 \bar{H} に直流電場を掛け、Stark 混合によって基底状態へ脱励起する際に発される Lyman- α 光を検出する。水素様原子の Stark 混合による 2S-2P 混成状態の寿命の逆数は、

$$\gamma = \gamma_{2S} + \gamma_{2P} |\mathbf{E}|^2 \left[\frac{|V|^2}{\Delta E_{\text{Lamb}}^2 + \Gamma_{2p}^2/4} + \frac{|W|^2}{T^2 + \Gamma_{2p}^2/4} \right] (2Ry/E_0)^2 \left(\frac{\text{MHz}}{\text{V/cm}} \right)^2 + O(|\mathbf{E}|^4) \quad (26)$$

で表される [45]。ここで、

$$T = E(2S_{1/2}) - E(2P_{3/2}) \quad (27)$$

$$V = \langle 2S_{1/2} | z | 2P_{1/2} \rangle / a = (\sqrt{3}/Z) [1 - (5/12)\alpha^2 Z^2] \quad (28)$$

$$W = \langle 2S_{1/2} | z | 2P_{3/2} \rangle / a = (\sqrt{6}/Z) \left(1 - \frac{1}{6}\alpha^2 Z^2\right) \quad (29)$$

であり Ry はリュードベリ定数、 a はボーア半径、 Z は原子番号、 α は微細構造定数であり、 ΔE_{Lamb} は 2S-2P 間ラムシフト遷移に相当するエネルギー差である。この関係を利用し電場強度を変えながら寿命を測定することで 2S-2P 間ラムシフトを測定することも出来る [45]。2S 状態を脱励起するための DC 電場は 2 つのリング状電極にそれぞれ数 kV の電圧を掛けて発生させる。この DC 電場により $2S_{1/2}(F=0,1)$ 状態は Stark 混合し式 (26) から計算される確率で Lyman- α 光を放出する。この Lyman- α 光は電場の方向に依存して非等方的に放出されることが知られている [46]。この Lyman- α 光を 41.5% の立体角を覆う 4 枚の CsI フォトカソード MCP で検出する。CsI は約 121 nm の Lyman- α 光に 45% から 55% の量子効率を持つことが知られている [47]。

この 2S 状態検出器を用いてミューオニウムのラムシフト分光実験 [48] が Paul Scherrer Institute で行われた。ここで数 keV で飛来するミューオニウムの Lyman- α 光の放出確率およびこれら MCP の覆う立体角を考慮した検出効率のシミュレーション (図 19) から、 $2S_{1/2}(F=0,1)$ 状態の検出効率は $10 \pm 2\%$ と見積もられた [49]。反水素のラムシフト分光においても同じ原理の 2S 状態検出器を用いる。

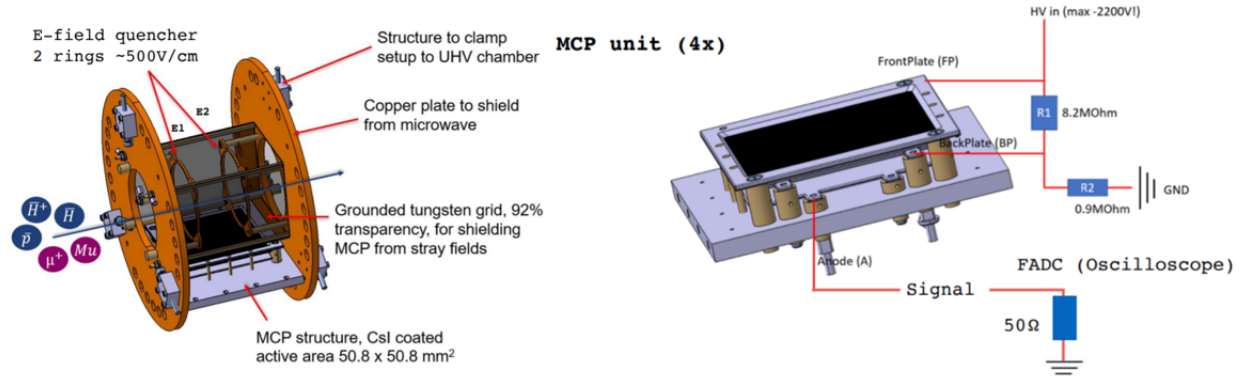


図 18: (左) 2S 状態検出器と (右) 内部に四つ設置された MCP のうち一つ

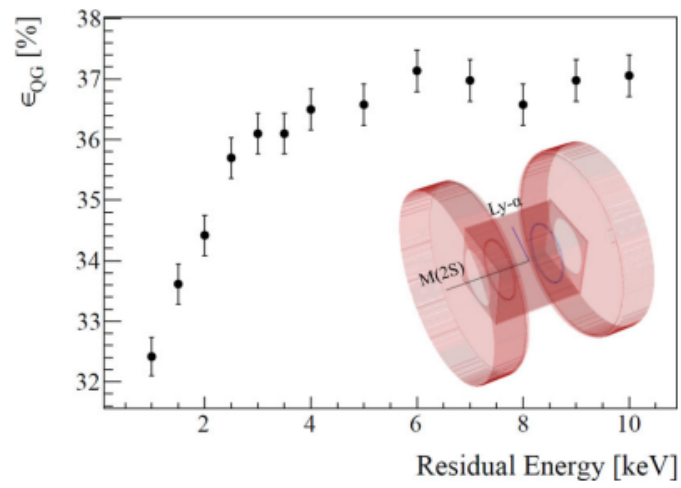


図 19: シミュレーションで得られたミュオニウムの運動エネルギーに対する Stark 混合の発生確率と立体角を考慮した検出感度 ϵ_{QG} [49]。

4 マイクロ波分光装置

ここでは超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置といったマイクロ波分光装置の製作のために行ったシミュレーションについて述べる。

4.1 高周波回路設計の概要

一般に数十 MHz 以上の交流信号を想定した高周波回路設計を行う場合、信号の波長が回路上の機器および素子のサイズに匹敵する可能性が生じる。このとき信号の位相が回路上の任意の地点で同じであると見なすことは出来なくなり、これに起因する信号の反射等が発生し得る。結果として回路上の各導体や誘電体の幾何的形狀や位置関係を考慮し、回路方程式でなくより第一原理的な Maxwell 方程式による解析に基づいて回路設計を行う必要が生じる。このような回路を分布定数回路と呼び、反対に素子の幾何的形狀や位置関係を考慮しない回路を集中定数回路と呼ぶ。本研究で用いる超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置はそれぞれ 1.11 GHz のマイクロ波共振器、数百 MHz から約 2 GHz のマイクロ波伝送線路として製作したいため、設計においては分布定数回路として扱う必要があり電磁解析ソフトによる高周波回路シミュレーションを行った。

4.1.1 散乱行列と S 値

高周波回路設計において交流信号の反射率あるいは伝送率の指標として S 値 (Scattering Parameter) が広く用いられる。図 20([50]) のように N 個の伝送線路 (以下 port) からそれぞれ何らかの励振源により任意のパワーが出力されており、アンテナ、共振器、あるいは他の伝送線路といった何らかのマイクロ波コンポーネント S を介して互いに信号を送受信している一般的な状況を考える [50]。 n 番目の port の端面を t_n とし、 t_n から S に向かって伝送する信号 (出力信号) の電圧振幅と電流振幅を V_n^+ , I_n^+ 、 S から t_n に向かって伝送する信号 (入力信号) の電圧振幅と電流振幅を V_n^- , I_n^- とする。このとき任意の port 間で出力信号と入力信号の比を考えることが出来る。一般に以下のように電圧振幅の比を定める。

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \vdots \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \\ S_{N1} & \cdots & & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \vdots \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad (30)$$

ここで、右辺の行列は散乱行列と呼ばれ、各 port の入力電圧振幅は散乱行列を用いてあらゆる port の出力電圧振幅の線形結合として表される。 j 番目の port のみから何らかの励振源により信号が出力されているとき、この出力電圧振幅と i 番目の port の入力電圧振幅との比が以下のように S 値として定義される。

$$S_{ij} = \left. \frac{V_i^-}{V_j^+} \right|_{V_k^+ = 0 \text{ for } k \neq j} \quad (31)$$

複数の port が励振されている場合は、それらの合計の出力電圧振幅と任意の port における入力電圧振幅の振幅比を表す F 値という量を指標として解析が行われる。

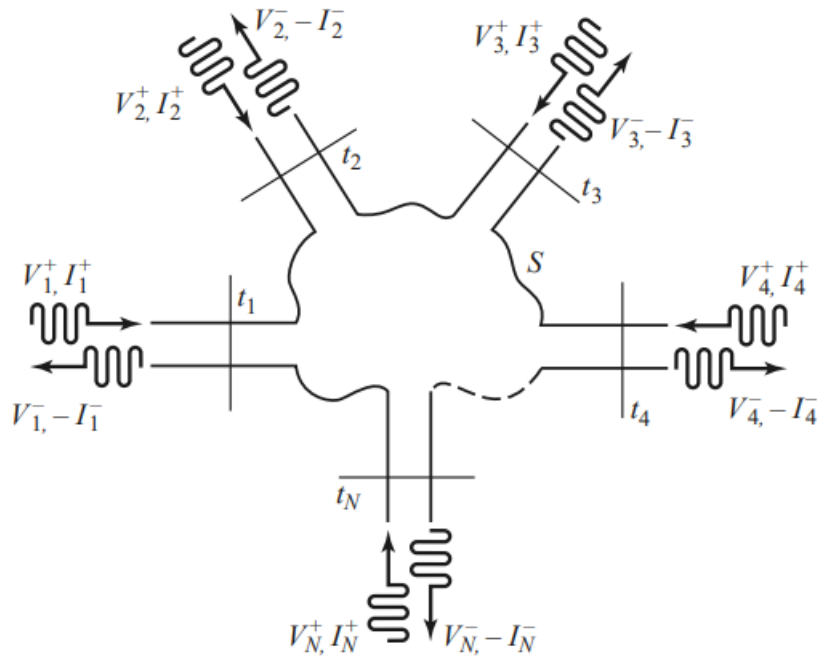


図 20: 任意の N ポートから成るマイクロ波ネットワーク [50]

ここでは電圧振幅比として散乱行列および S 値が定義されているが、パワーの送受信を考える場合でも同様の議論が出来る。入出力電圧振幅比で定義される S 値 S_{ji}^V と入出力パワー比で定義される S 値 S_{ji}^W はそれぞれ習慣的に、

$$20 \log_{10} |S_{ji}^V| \quad (32)$$

$$10 \log_{10} |S_{ji}^W| \quad (33)$$

と dB 単位で表示される。係数の 2 倍の違いはパワーが電圧の 2 乗に比例することによる。本研究で製作する超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置は図 17 にあるように、上下極板それぞれに 1 つずつ入出力 port が繋がり合計 4 つの port から成るマイクロ波ネットワークである。しかし上下対称構造になっているため、一方の極板の入出力 port における信号の反射率あるいは伝送率を考えればよく、従って S 値から装置全体の周波数特性を推定することが出来る。

4.1.2 高周波回路シミュレーター CST Microwave Studio 2021

電磁場の解析には CST Studio Suite 2021 ソフトウェア群の高周波回路シミュレーター Microwave Studio を使用した。このシミュレーターではアンテナ・伝送線路・共振器といった様々なマイクロ波コンポーネントの時間領域での解析や周波数領域での解析が行える。本研究では超微細構造選択装置に関しては 1.11 GHz での共振特性を、ラムシフト遷移装置に関しては数百 MHz から約 2 GHz での安定した伝送効率を実現したため、どちらも有限要素法による周波数領域での解析を行った。

高周波回路においては損失をなるべく抑えるために接続する機器の間でインピーダンス整合を取る。実験では SMA コネクタや同軸ケーブルは全て 50Ω のものを用いた。従ってシミュレーションにおいても port 面の特性インピーダンスが 50Ω になるようモデリングする必要がある。そのため図 21(a) のような形状の port 面を作成した。ここでは直径 1.02mm の銅線を直径 3.40mm のテフ

ロンで覆った構造の同軸ケーブルの端面をモデリングしている。このような port 面を作成すると図 21(b) に示すように特性インピーダンスが $50\ \Omega$ 付近で安定する。以下のシミュレーションにおける port 面には全てこの図 21(a) の形状を用いた。

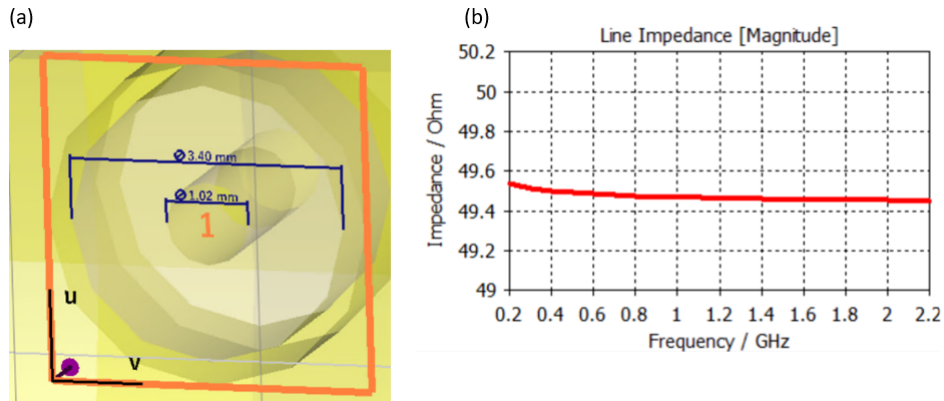


図 21: (a) 同軸ケーブルでのマイクロ波の印加を想定した場合の port 面およびジオメトリ。(b)200MHz から 2.2GHz の周波数帯のマイクロ波に対するこの port 面の持つ特性インピーダンス。

4.2 平行平板伝送線路構造のラムシフト遷移装置

ここでは先行研究でのラムシフト遷移装置の設計について例を挙げた後、本研究の設計における注意点について確認し、CST によるシミュレーションでの最適化について述べる。

4.2.1 先行研究での設計

本研究でのラムシフト遷移装置では、文献 [44] と同じ平行平板伝送線路構造を採用した。二枚の平行平板電極のそれぞれに 180° 位相の異なるマイクロ波を印加することで、平行平板伝送線路の中心付近に電極間に振動電場を形成する。

この設計に基づいて、平行平板電極をリング状のサポートで真空チャンバに固定した構造の装置が 2019 年に開発された [51]。しかしこの装置では、同軸ケーブルの芯線が SMA コネクタを介さずに内部導体である平行平板電極に直接圧着されており、サポートリングおよび真空チャンバそのものが外部導体の役割を果たしていた。結果としてインピーダンス整合が取れておらず、信号反射が著しく周波数依存性も大きい装置となっていた。

そこで、ETH Zurich の共同研究者らとともに、図 22 に示す装置を開発した。

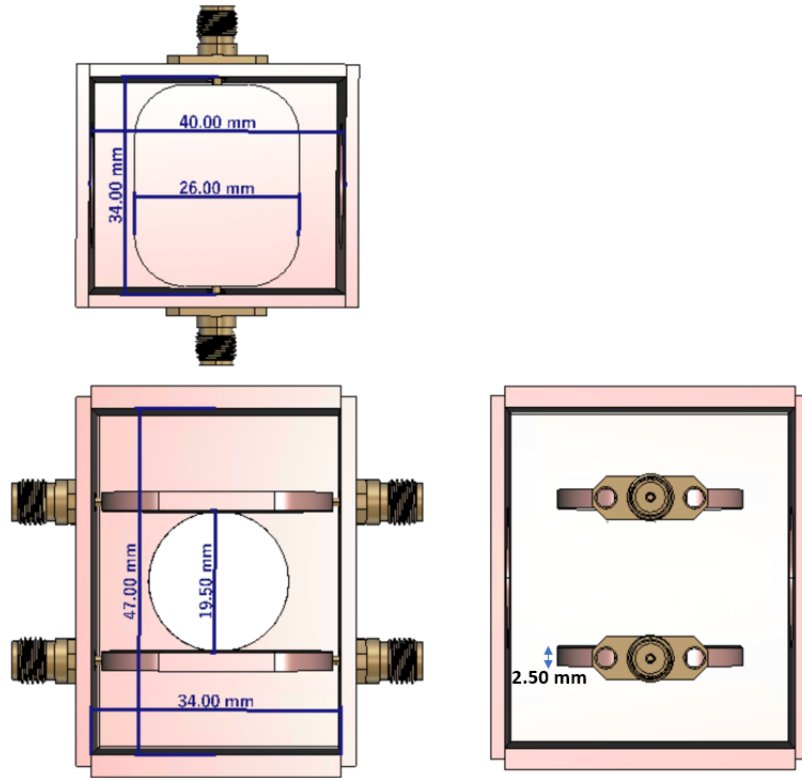


図 22: ETH Zurich の共同研究者等とともにミュオニウムの分光実験用に開発したラムシフト遷移装置。

これは文献 [44] と同じ形状・大きさの平行平板電極と筐体に、SMA コネクタを介してマイクロ波を伝送する構造の装置である。ビームを通すためのボアの直径は約 20 mm となっている。このラムシフト遷移装置は 2020 年に PSI におけるミュオニウムおよび水素原子のラムシフト分光実験でテストされ、想定通り機能することがわかった [48]。

4.2.2 本研究で用いるラムシフト遷移装置の設計における注意点

本研究では統計の蓄積とバックグラウンドの低減の観点から \bar{p} , \bar{H} , \bar{H}^+ と装置との衝突による対消滅を抑えるために、ボア直径および電極間隔を 30 mm 以上に保つ必要がある。この条件を満たすべくボア直径と電極間隔のみを単純に 30 mm に拡張すると、電場振幅が低下しその周波数依存性も悪化する。図 23(a) は 20 mm ボアモデルの、(b) はそのボアと電極間隔だけを 30 mm に拡張した場合での、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値を様々な周波数で比較したグラフである。ボアの拡大により、周波数ごとに平均して電場振幅ピークが 60% まで減少し、周波数依存性も、ピークの最大値と最小値の差を指標として比較した際に 15% から 18% にまで悪化している。従って十分な電場振幅を得られるように電極や筐体の形状を最適化した。

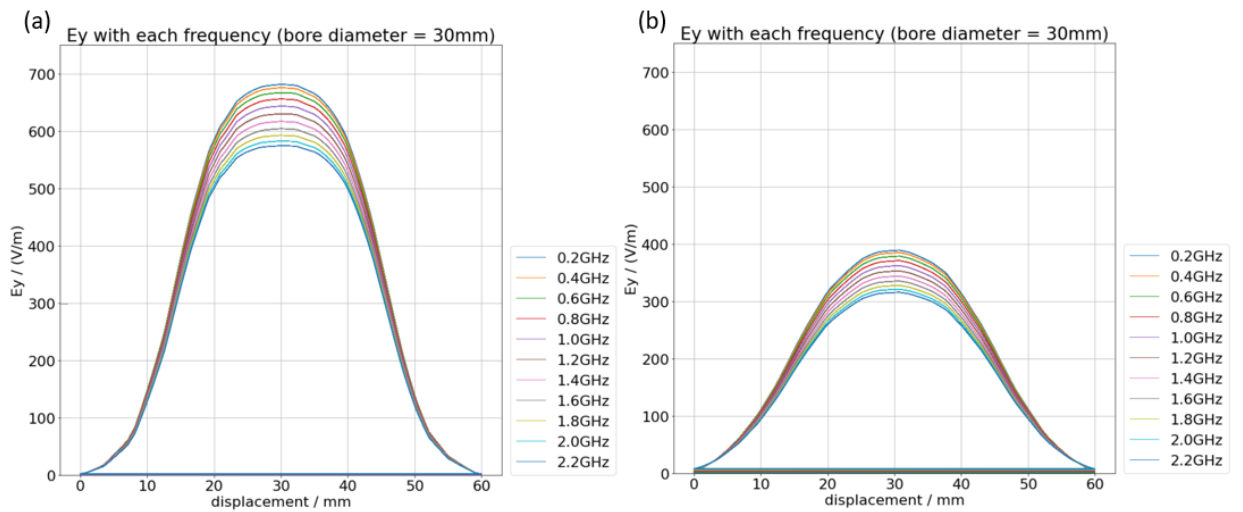


図 23: 20 mm ボアモデル (a) とそれを単純に 30 mm ボアに拡張したモデル (b) の、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値を、様々な周波数で比較したグラフ。

4.2.3 CST Microwave Studio によるシミュレーションと製作

電場振幅の低下および周波数依存性を最小化するために、30 mm ボア直径のモデルにおいて主要な形状のパラメータを掃引する最適化シミュレーションを CST Microwave Studio で行った。最適化するパラメータとして、図 24 の x_{box} , y_{box} , z_{box} , x_{plate} , z_{plate} を考慮した。電極間隔を増やすと装置中心付近の電場振幅が著しく低下するため、ここでは 30 mm に固定した。まずはこれらのパラメータが周波数特性にどう影響するか調べるために、それぞれ独立に表 1 の範囲、更新幅、および拘束条件で掃引する計算を行った。

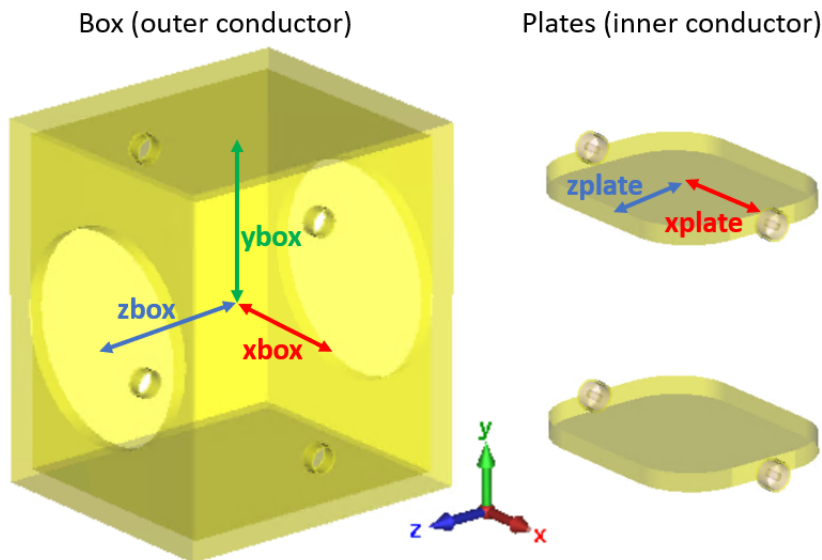


図 24: 最適化を行う 30 mm ボアモデルの主要なパラメータ。 x_{box} , y_{box} , z_{box} はそれぞれマイクロ波伝送方向、鉛直方向、ビーム方向の筐体内側の片側寸法であり、 x_{plate} , z_{plate} はそれぞれマイクロ波伝送方向、ビーム方向の平行平板電極長さの片側寸法である。

パラメータ	20 mm ボアモデルでの値	最小値	最大値	更新幅	拘束条件
xbox	17	17	57	2.0	-
ybox	23.5	20	40	1.0	-
zbox	20	20	60	2.0	-
xplate	16	16	56	2.0	xbox = xplate + 1
zplate	13	13	53	2.0	zbox = zplate + 7

表 1: 各パラメータの掃引における範囲、更新幅、および拘束条件。参考に 20 mm ボアモデルにおける値も載せている。

図 25~29 に、 x_{box} , y_{box} , z_{box} , x_{plate} , z_{plate} それぞれについて、信号反射率 S_{11} を 0.2 GHz から 2.2 GHz の範囲で計算した結果を示す。 S_{11} が小さい程、信号が反射されことなく装置内部まで伝送していること、ひいては電場振幅が大きくなることを意味する。また S_{11} の傾きが緩やかな程、信号の伝送効率ひいては電場振幅の周波数依存性が小さくなることを意味する。従って図 25 からは、 x_{box} が増大する程信号の反射が高周波数側から顕著になり、徐々に伝送線路として機能しなくなることが分かる。ただし図 28 から分かるように、電極の x 方向の長さも共に増大させる場合は S_{11} の値が -10 以下に抑えられており、顕著な信号の反射は見られない。これは伝送線路として設計する以上、信号伝送方向になるべく一定の構造を持つべきであることを示している。従って x_{plate} に関しては最適化の余地があるが、 x_{box} を独立に変更することは伝送線路としての設計思想に反するため最適化の対象から外した。次に図 26 から分かるように、 y_{box} は 22 から 30 の範囲であれば S_{11} を -10 以下に抑えられており、この範囲外であっても基本的には顕著な信号反射を起こさない。従って最適化の対象とした。また図 27 からは、 z_{box} も同様に信号の反射には大きく寄与しないパラメータだということが分かり、これも最適化の対象とした。ただし図 29 から分かるように、電極の z 方向の長さも共に増大させると全体的に S_{11} が大きくなり、伝送線路としての性能は悪化する。従って z_{plate} は 20 mm ボアモデルと同じ値で固定した。

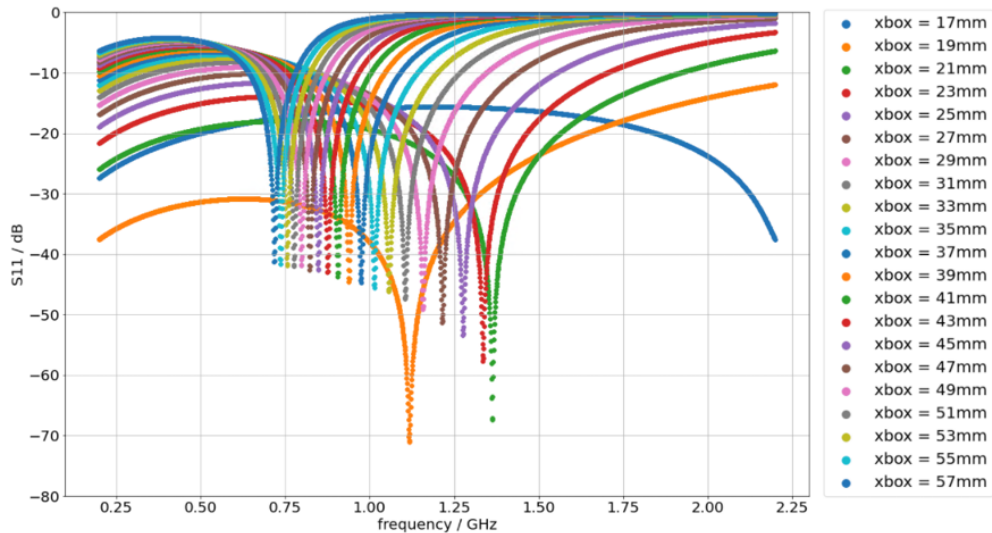


図 25: x_{box} を 17 mm から 57 mm まで変化させたときの S_{11} 。

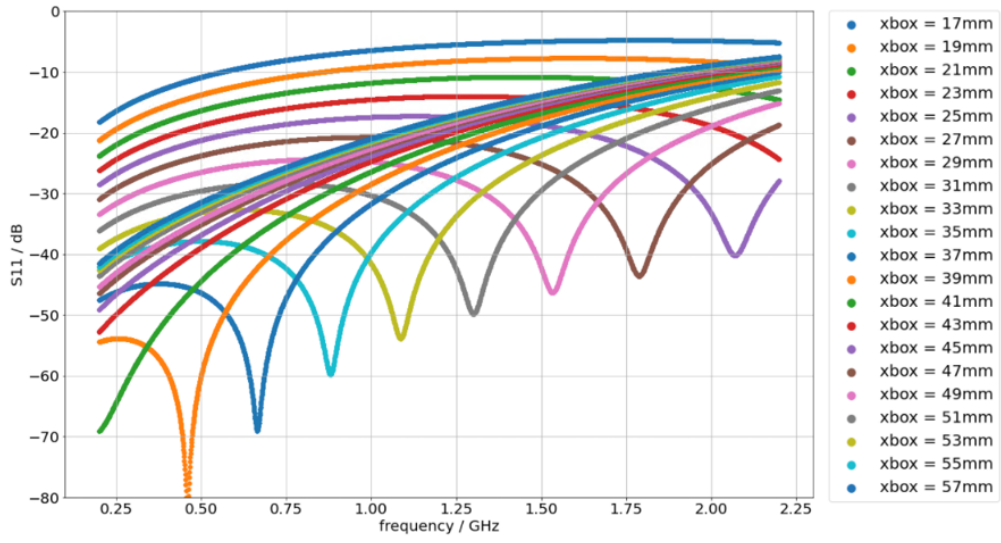


図 26: y_{box} を 20 mm から 40 mm まで変化させたときの S_{11} 。

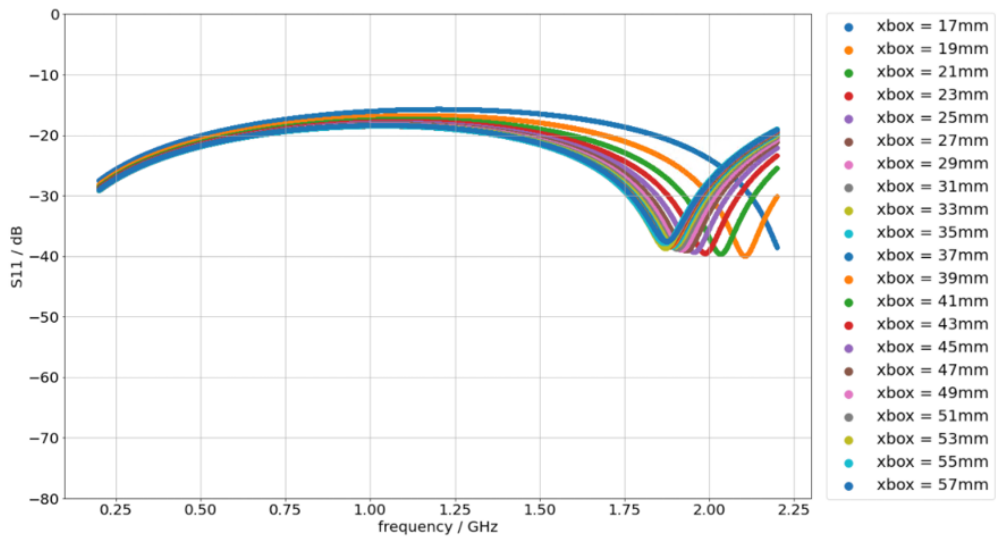


図 27: z_{box} を 20 mm から 60 mm まで変化させたときの S_{11} 。

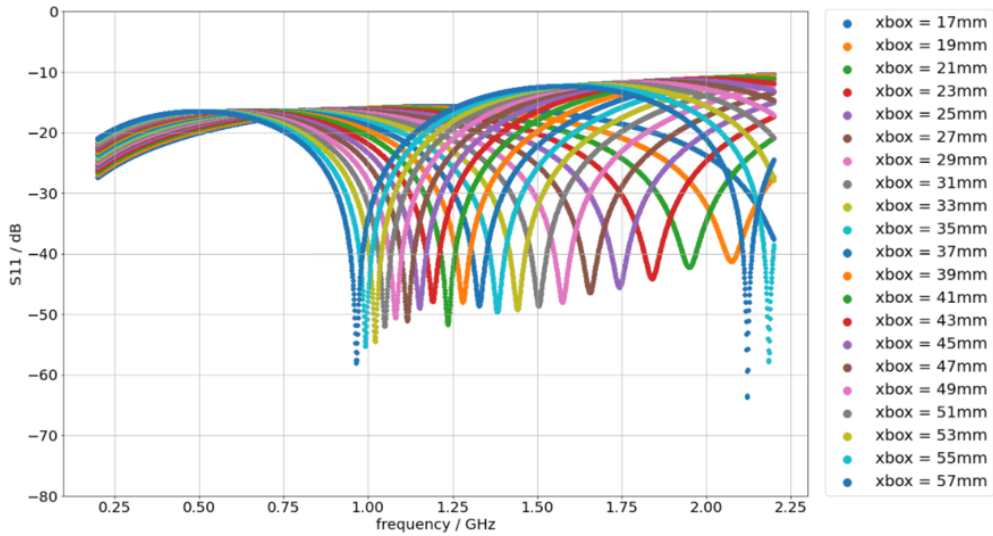


図 28: x_{plate} を 16 mm から 56 mm まで変化させたときの S_{11} 。

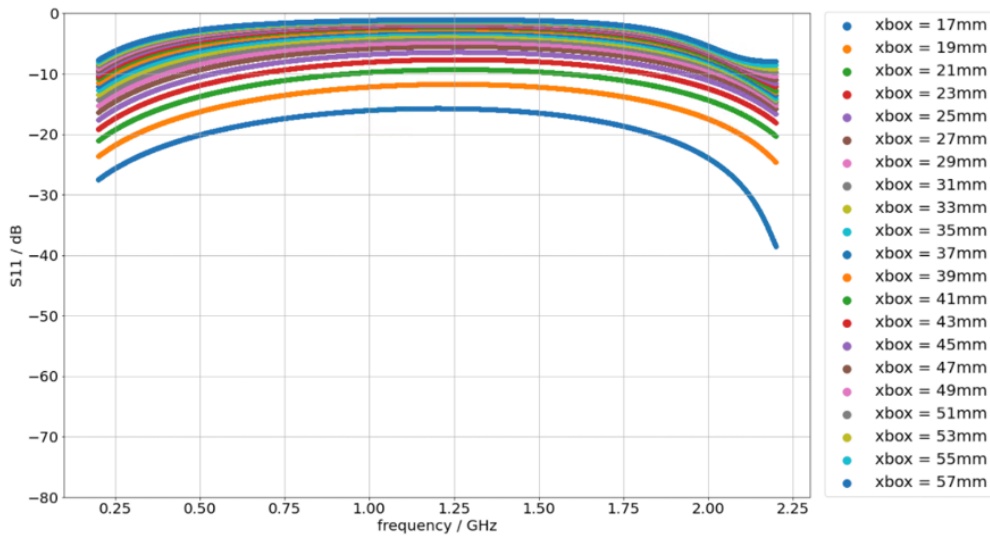


図 29: z_{plate} を 13 mm から 53 mm まで変化させたときの S_{11} 。

これらの結果を踏まえ、 y_{box} , z_{box} , x_{plate} に関して、電場振幅の最大化かつ周波数依存性の最小化を目的とした最適化を行った。図 30 は y_{box} の値が (a)20 mm, (b)25 mm, (c)30 mm, (d)35 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値のグラフである。それぞれ 0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。 y_{box} の増加に伴いピークの最大値と最小値の差が 42%, 16%, 11%, 10% と低下しており、周波数依存性が改善されていると判断出来る。図 31 は z_{box} の値が (a)20 mm, (b)30 mm, (c)40 mm, (d)50 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 100 mm の線分上における同様のグラフである。 y_{box} の場合とは異なりピークの最大値と最小値の差に大きな変化は無い。図 32 は x_{plate} の値が (a)16 mm, (b)28 mm, (c)40 mm, (d)52 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における同様のグラフである。 x_{plate} の増加に伴いピークの最大値と最小値の差に大きな変化は無いが、周波数について平均してピーク値が 350 V/m, 370 V/m, 380 V/m, 400 V/m と上昇している。

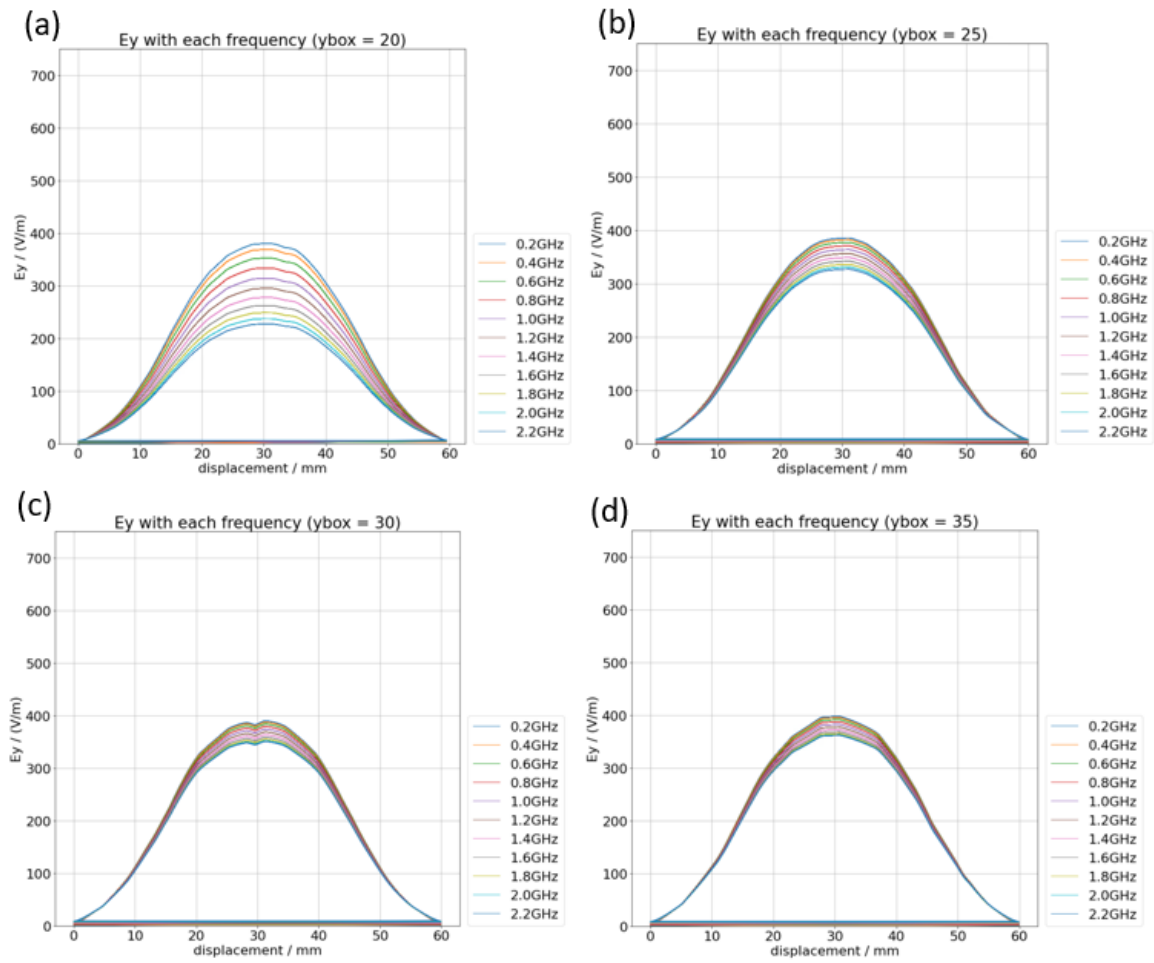


図 30: y_{box} の値が (a)20 mm, (b)25 mm, (c)30 mm, (d)35 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。それぞれ 0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。

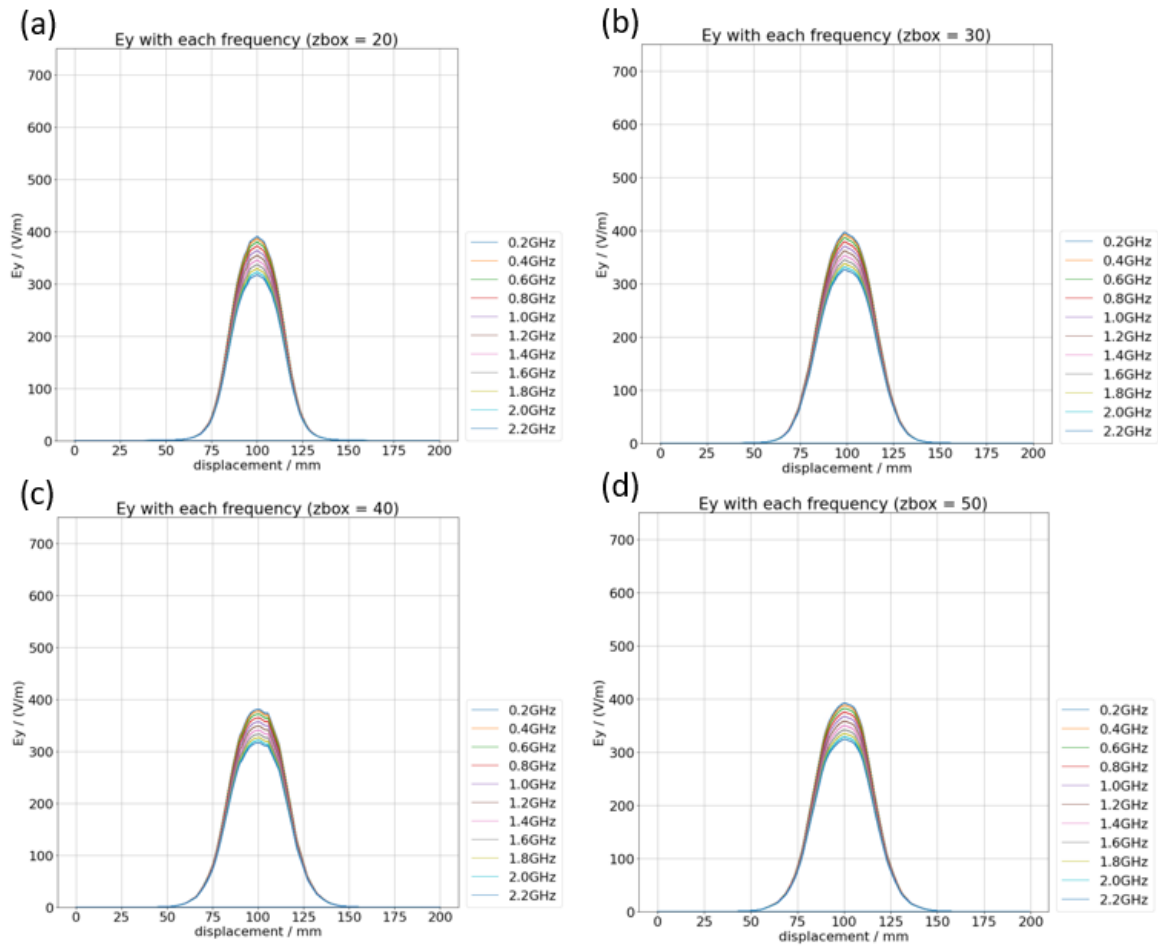


図 31: z_{box} の値が (a)20 mm, (b)30 mm, (c)40 mm, (d)50 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 100 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。それぞれ 0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。

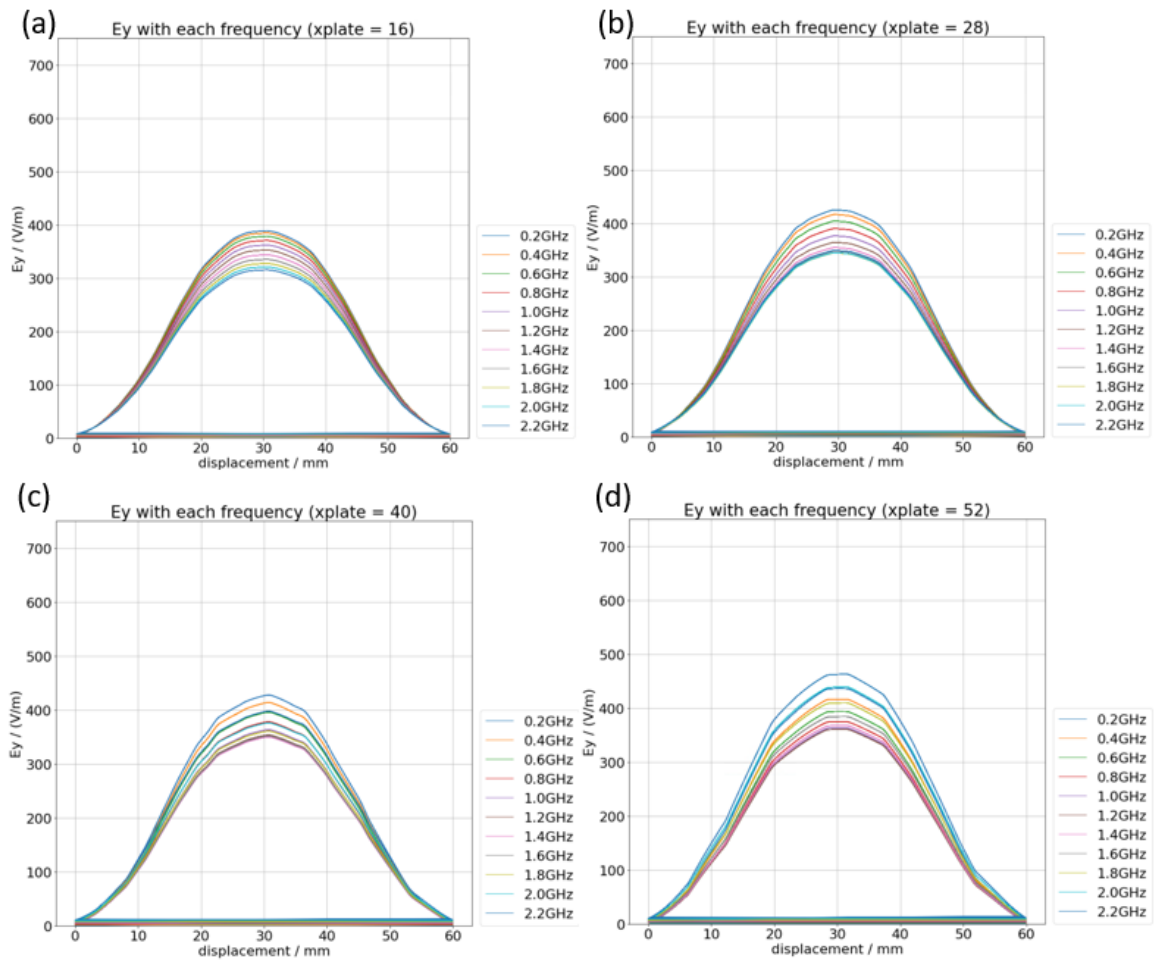


図 32: x_{plate} の値が (a)16 mm, (b)28 mm, (c)40 mm, (d)52 mm のときの、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。それぞれ 0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。

以上から y_{box} は 30 mm 前後、 z_{box} は 20 mm 前後、 x_{plate} は 50 mm 前後の値でシミュレーションを行った。その結果 y_{box} は周波数依存性を最小化するために 28 mm に、 z_{box} は 20 mm ボアモデルと同じ値の 20 mm に、 x_{plate} は電場振幅を稼ぐために 49 mm に確定し、図 33 に示す装置を製作した。この装置の筐体は厚さ 2 mm の 6 枚の銅板をネジ止して組み立ててあり、内部の平行平板電極はセラミックのネジにより水平に固定されている。

図 34 はこの 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において計算した、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値のグラフである。20 mm ボアモデルのボアと電極間隔を 30 mm に拡張したモデルでの計算結果である図 23(b) と比べると、周波数について平均してピーク値が 350 V/m から 450 V/m に増加しており、ピークの最大値と最小値の差が 18% から 9% に低下している。

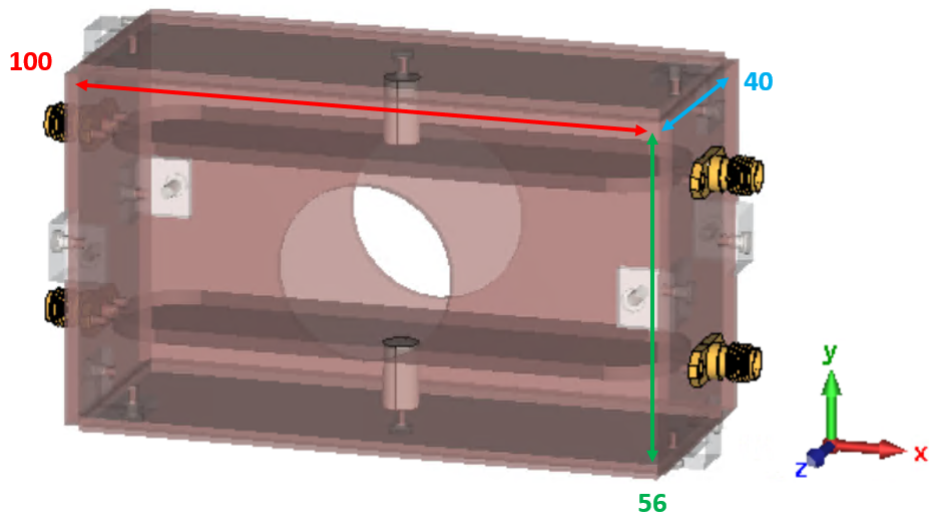


図 33: シミュレーション結果を踏まえ製作した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置。

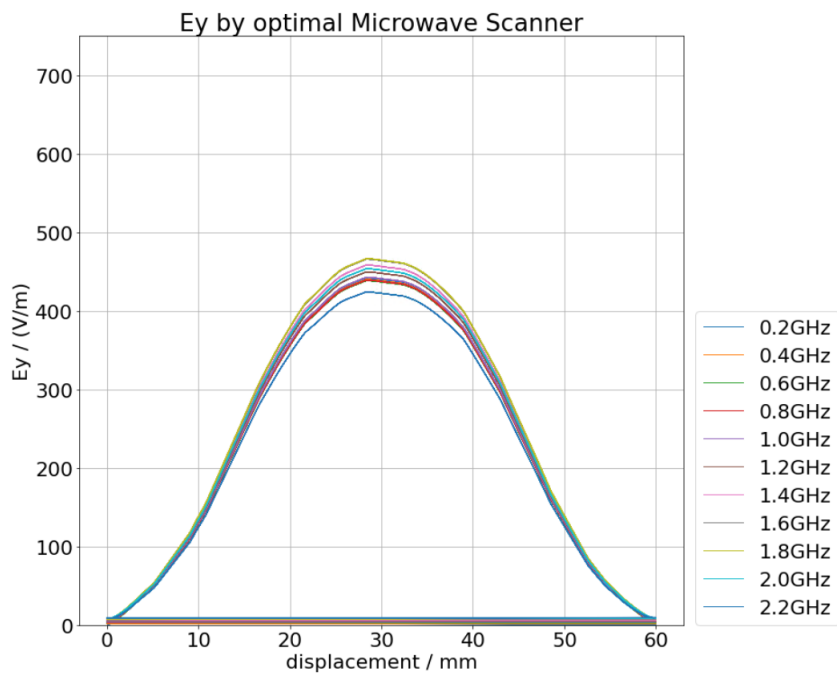


図 34: 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において計算した、装置中心からビーム方向前後 30 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。0.2 GHz から 2.2 GHz まで 0.2 GHz 刻みの周波数で計算した結果を表示している。

4.2.4 VNA によるマイクロ波伝送特性のテスト

製作した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置の伝送特性をテストするために、Vector Network Analyzer(以下 VNA) を用いて S 値の測定を行った。使用した VNA は Keysight 社の E5061B であり、2つのテストポートで 100 kHz から 3.0 GHz までの周波数における反射率 S_{11} および伝送率 S_{21} を測定出来る。本ラムシフト遷移装置では筐体の鉛直方向の銅板を固定する際に、図 35 のようにワッ

シャを挟むことで y_{box} の値を数 mm 調整することが出来る。ワッシャは 3 枚で 1.0 mm の厚さになるものを使用した。このワッシャを用いて $y_{\text{box}} = 30, 29, 28, 27, 26, 25$ mm の場合で測定を行い、同条件の CST Microwave Studio でのシミュレーション結果と比較した。

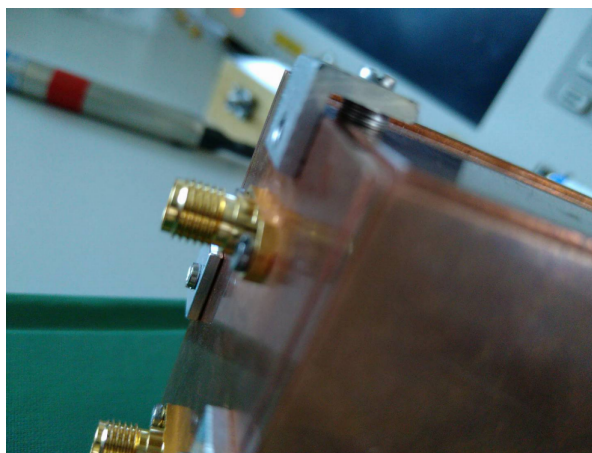


図 35: 筐体の鉛直方向の銅板をワッシャを挟んで固定している様子。写真の例では 6 枚のワッシャを挟んでいるため y_{box} の値は 30 mm から 28 mm に小さくなっている。

ラムシフト遷移装置には上下電極合わせて計 4 つの port が存在するが上下対称構造になっているため、片方のみの電極における反射率および伝送率を測定する。まずはラムシフト遷移装置と VNA を繋ぐ長さ 5 cm の 2 つの同軸ケーブルによる寄与を調べるために、これらの同軸ケーブルのみを VNA へ接続して測定を行った。図 36 はこのときの 200 MHz から 2.2 GHz までの周波数における S_{11} および S_{21} の測定結果である。 S_{11} は -20 dB を下回っており伝送線路として十分機能していることが分かる。

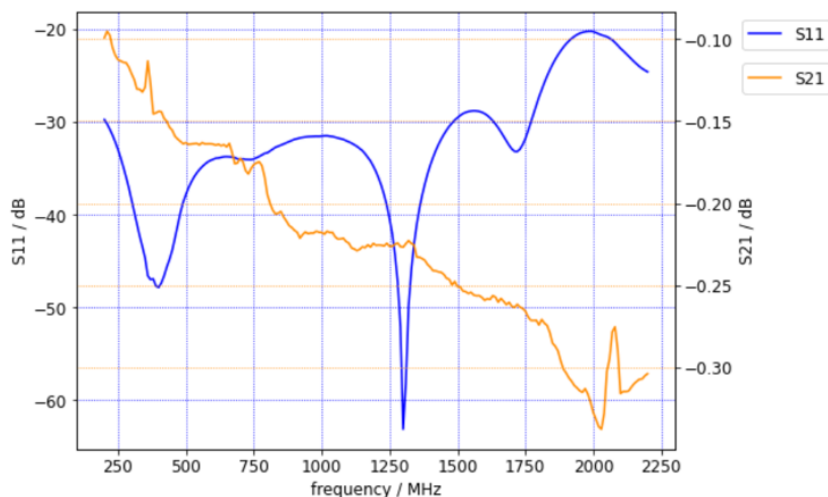


図 36: 2 本の同軸ケーブルのみを接続した場合の、200 MHz から 2.2 GHz までの周波数における S_{11} および S_{21} の測定結果。

これら同軸ケーブルのうち 1 本をラムシフト遷移装置の一方の電極の SMA コネクタに接続し、その他 3 つの SMA コネクタに 50Ω 終端器を接続した状態で S_{11} を測定した結果が図 37 である。プロットはそれぞれ $y_{\text{box}} = 30, 29, 28, 27, 26, 25$ mm の場合での測定結果である。同様に S_{21} につ

いて測定した結果が図 38 である。このとき、測定に用いられないもう一方の極板に繋る 2 つの SMA コネクタには $50\ \Omega$ 終端器を接続した。

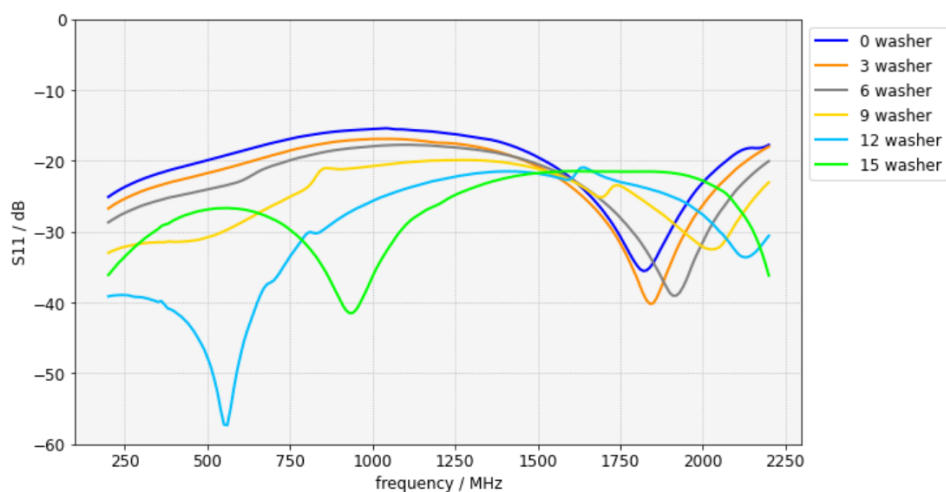


図 37: 同軸ケーブルのうち 1 本をラムシフト遷移装置の一方の電極の SMA コネクタに接続し、その他 3 つの SMA コネクタには $50\ \Omega$ 終端器を接続した状態での、200 MHz から 2.2 GHz までの周波数における S_{11} の測定結果。

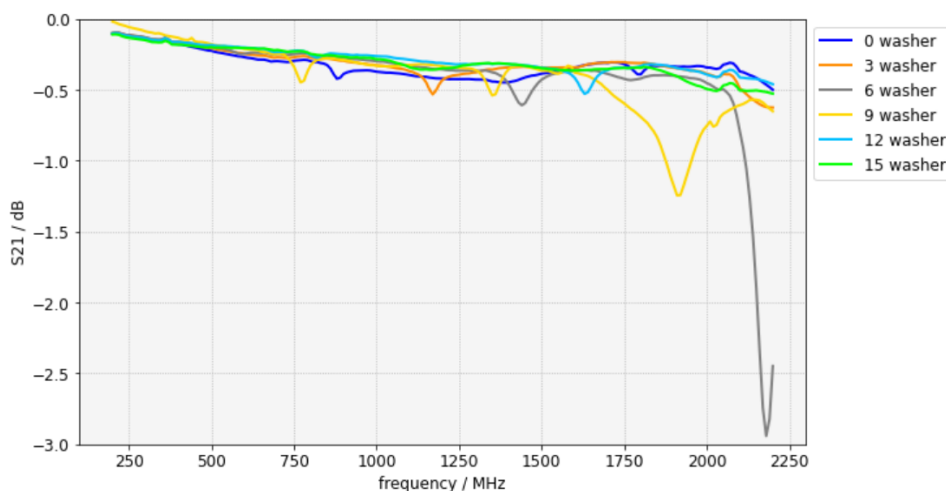


図 38: 2 本の同軸ケーブルをラムシフト遷移装置の一方の電極の 2 つの SMA コネクタにそれぞれ接続し、その他 2 つの SMA コネクタには $50\ \Omega$ 終端器を接続した状態での、200 MHz から 2.2 GHz までの周波数における S_{21} の測定結果。

ラムシフト遷移装置のみによる S 値を求めるためには、同軸ケーブルを介して測定したラムシフト遷移装置の S 値から同軸ケーブルの寄与を取り除く必要がある。2 つの同軸ケーブルのみによる S 値を S_{11}^C, S_{21}^C 、同軸ケーブルを介して測定したラムシフト遷移装置による S 値を S_{11}^{CT}, S_{21}^{CT} とおくと、ラムシフト遷移装置のみによる S 値 S_{11}^T, S_{21}^T はそれぞれ、

$$S_{11}^T = 10 \log(10^{\frac{S_{11}^{CT}}{10}} - 10^{\frac{S_{11}^C - 3}{10}}) \quad (34)$$

$$S_{21}^T = S_{21}^{CT} - S_{21}^C \quad (35)$$

$$(36)$$

と表される。図 39 はこの式に基づいて計算した S_{11}^T (a) と、CST Microwave Studio で同じ条件でシミュレーションを行い計算した S_{11} (b) を比較したグラフである。全てのプロットにおいて、共鳴ピーク周波数の現れる位置など、実測値とシミュレーション結果がおおよそ一致している。図 40 は S_{21} について同様の比較をしたグラフである。ここでも、全てのプロットで S_{11} の値が約 1.7GHz までは -0.5 dB 以上であるという点など、実測値とシミュレーション結果がおおよそ一致している。これらから、15 枚のワシヤによる $y_{\text{box}} = 30$ のものはラムシフト遷移周波数帯で反射率が 1% 以下であるため最適な形状だと考えられる。

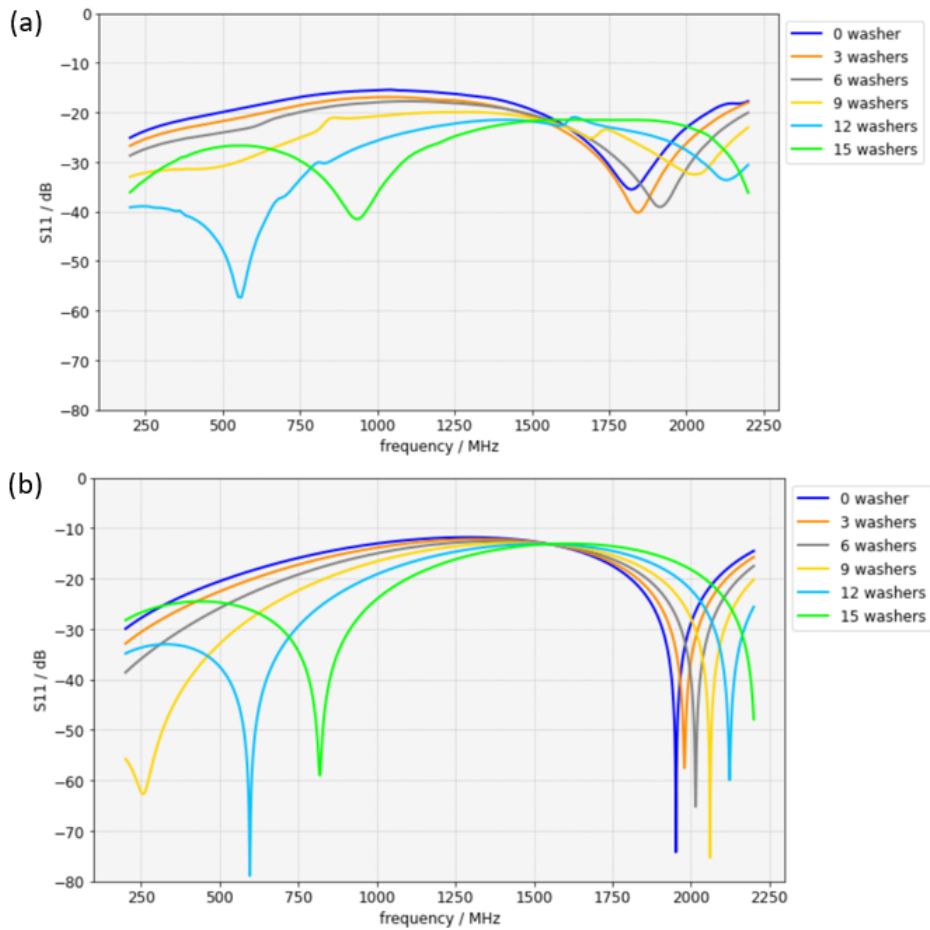


図 39: 式 (34) に基づいて計算した S_{11}^T (a) と CST Microwave Studio でのシミュレーション (b)。

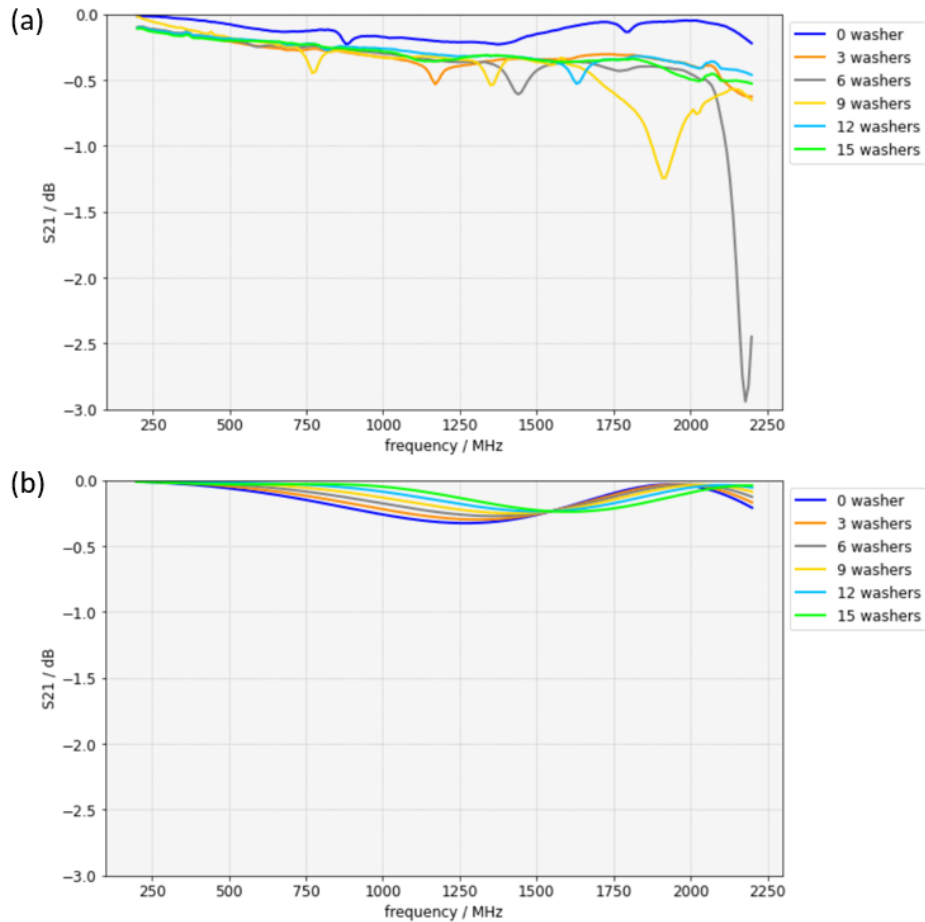


図 40: 式 (35) に基づいて計算した S_{21}^T (a) と CST Microwave Studio でのシミュレーション (b)。

4.3 1.11 GHz 共振型超微細構造選択装置

本節でも初めに先行研究における超微細構造選択装置について紹介した後、本研究の設計における条件を述べ、CST Microwave Studio によるシミュレーションでの最適化について議論する。

4.3.1 先行研究での設計

2019 年に開発された超微細構造選択装置 [51] は、このとき開発されたラムシフト遷移装置と同様に平行平板電極をリング状のサポートで真空チャンバーに固定する構造になっていた。従ってこの装置も 4.2.1 節で述べた理由から信号反射の著しい装置になっていた。特に強い電場振幅を要求される超微細構造選択装置では、このことが大きな課題であった [51]。一方で、水素原子 2S-2P 間ラムシフト遷移で最高精度の分光を達成した先行研究 [9] では、各遷移を効率的に誘起するためにそれぞれの遷移周波数を共振周波数とする共振器構造の装置を導入している。本研究においても共振型の超微細構造選択装置を導入することで、より少ないパワーで十分な電場振幅が得られると期待出来る。

4.3.2 本研究での設計における注意点

本研究ではマイクロ波分光装置を挿入する真空チャンバの内径に制限があり、直径約 150 mm 以下でなければならない。1.11 GHz のマイクロ波の半波長は約 135 mm であり、1.11 GHz を基本モード

に持つ直方体構造の共振器を本研究の真空チャンバに挿入することは難しい。また本研究では真空チャンバのビーム方向長さにも制限があるため、 β 遷移用と γ 遷移用の 2 つの超微細構造選択装置を挿入することは難しい。更にラムシフト遷移装置と同様に $\bar{p}, \bar{H}, \bar{H}^+$ と装置との衝突による対消滅を防ぐ必要があり、ボア直径を 30 mm 以上にしなければならない。これらの要請を満たすために、 β 遷移周波数と γ 遷移周波数のおおよそ中間の 1.11 GHz で強い電場振幅を実現出来る平行平板電極による装置を検討した。

4.3.3 CST Microwave Studio によるシミュレーション

4.2.3 節で平行平板電極によるラムシフト遷移装置の最適化を行った際に、マイクロ波伝送方向の筐体内側の片側寸法パラメータ x_{box} が増大する程信号の反射が高周波数側から顕著になり、徐々に伝送線路として機能しなくなることが分かった。これは言い換えれば x_{box} の値を適切に調整することで、特定の周波数で共振特性が現れ電場振幅が増大する装置を設計出来る可能性があるということである。従ってここでは 4.2.3 節で最適化した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において、 x_{plate} の値を 16 mm に固定し、 x_{box} のみを掃引するシミュレーションを行った。

図 41 は装置中心からビーム方向前後 50 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値のピークと積分値を、 x_{box} を 16 mm から 130 mm まで 1 mm ずつ変えながら計算し表示したグラフである。1.11 GHz を含む 0.2 GHz から 1.8 GHz までの周波数で計算した結果を表示している。ピーク値と積分値共に $x_{\text{box}} = 38$ mm で最大となることから、この形状で 1.11 GHz の共振特性が最も現れていると判断できる。また図 42 は装置中心からビーム方向前後 50 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値を、1.11 GHz を含むいくつかの周波数について表示したものである。1.11 GHz で電場振幅が最大になっており、ピーク値で 950 V/m である。これは 4.2.3 節で最適化した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置による値の約 2 倍である。これらのシミュレーション結果から、 $x_{\text{box}} = 38$ の図 43 のような超微細構造選択装置を設計した。この装置は 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において x_{box} を 50 mm から 38 mm へ、 x_{plate} を 49 mm から 16 mm へ変更した形状になっている。

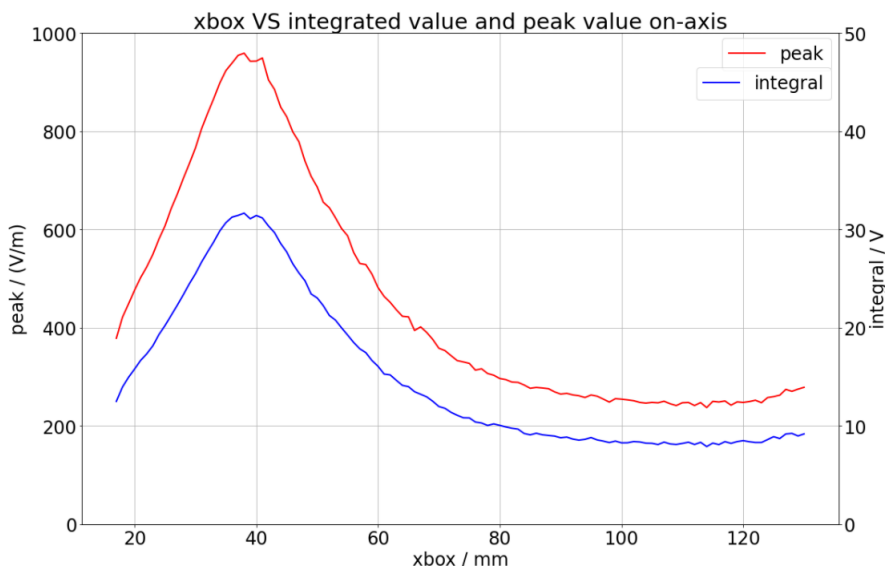


図 41: 装置中心からビーム方向前後 50 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値のピークと積分値を、 x_{box} を 16 mm から 130 mm まで 1 mm ずつ変えながら計算した結果。

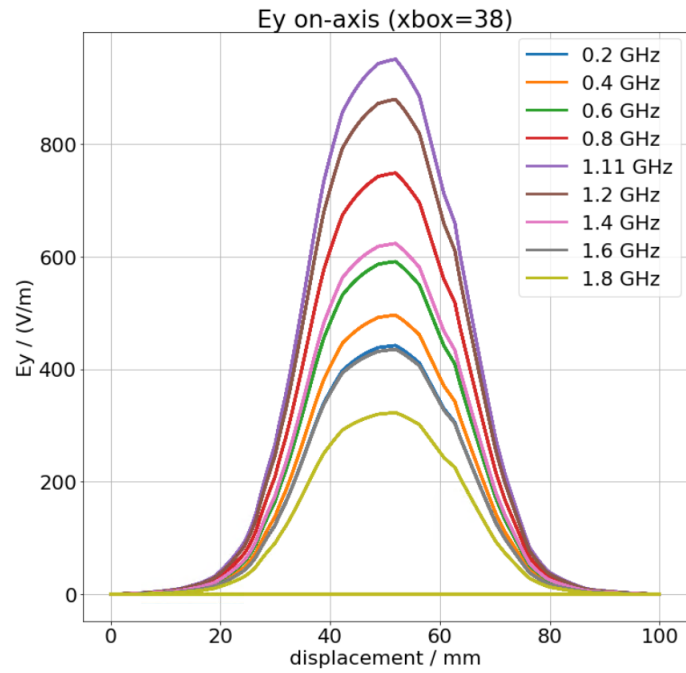


図 42: 装置中心からビーム方向前後 50 mm の線分上における電場の鉛直方向成分 E_y の振幅実効値。1.1 GHz を含む 0.2 GHz から 1.8 GHz までの周波数で計算した結果を表示している。

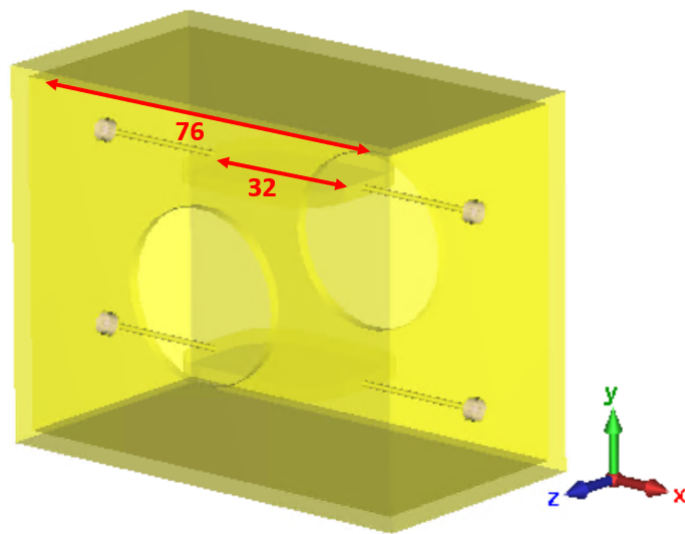


図 43: 1.1 GHz で高い電場振幅を実現するために設計した 1.1 GHz 共振型超微細構造選択装置。

5 ラムシフト分光の数値シミュレーション

反水素原子を対象とする本研究ではデータの蓄積に時間を要するため、荷電半径を導出できる測定精度を達成するために必要な統計量 (測定期間) を見積る必要がある。また超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置に必要なパワーを見積もり、信号増幅器等の仕様を検討する必要もある。これらの見積もりを目的として反水素原子 2S-2P 間ラムシフト遷移のスペクトルを数値計算するコードを開発し、シミュレーションを行った。ここではシミュレーションの概要と、本研究で開発した 30 mm ボアモデルのマイクロ波分光装置による分光精度の見積もりについて述べる。

5.1 数値シミュレーションコードの開発

最初に数値シミュレーションの中核となる、2S 状態 \bar{n} の存在確率時間発展を計算する方法 (5.1.1 節) と、その計算結果を元に実際の分光を想定した二項分布からモンテカルロ計算およびフィッティングを行い測定精度を推定する方法 (5.1.2 節) について説明する。次に振動電場と反水素原子ビームの空間分布をこれらの計算に取り込む方法について説明する (5.1.3 節)。最後に、この空間分布を考慮したコードによるモンテカルロ計算およびフィッティング結果と実測スペクトルを比較した結果について述べる (5.1.4 節)。

5.1.1 存在確率時間発展の計算方法

図 13 に示したように 2S-2P 間ラムシフト遷移には計 8 つの超微細構造副準位 $2S_{00}$, $2S_{1-1}$, $2S_{10}$, $2S_{11}$, $2P_{00}$, $2P_{1-1}$, $2P_{10}$, $2P_{11}$ が存在する。1 つ目の添え字は合成角運動量を表し、2 つ目の添え字は磁気量子数を表す。これらの固有関数は、原子核からのクーロン相互作用のみによる以下のハミルトニアン

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (37)$$

に LS 結合のスピ軌道相互作用および超微細相互作用を取り入れた以下のハミルトニアン

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + a(r)\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + \epsilon_J \mathbf{J} \cdot \mathbf{I} \quad (38)$$

の基底関数系を成す。 \mathbf{L} , \mathbf{S} , \mathbf{J} , \mathbf{I} はそれぞれ電子軌道角運動量、電子スピン角運動量、電子スピン軌道合成角運動量、陽子のスピン角運動量である。この式 (38) にマイクロ波による振動電場を半古典近似で双極子相互作用まで取り入れたものが以下のハミルトニアンである。

$$\mathcal{H}_{\text{Lamb}}(t) = \mathcal{H} + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_0(t) \cos(\omega t + \phi) \quad (39)$$

この式 (39) で表される時間依存するハミルトニアンによる各 2S 状態および 2P 状態固有関数の確率係数時間発展を以下のシュレディンガー方程式で計算する。

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t) = \mathcal{H}_{\text{Lamb}}(t) \Psi(t) \quad (40)$$

ここで状態 $\Psi(t)$ は 2S-2P 間ラムシフト遷移に関与する計 8 つの超微細構造副準位の固有関数を完全規格直行系とした線形結合で十分表されるとすると、それぞれの固有関数の存在確率係数 $s_{00}(t)$, $s_{1-1}(t)$, $s_{10}(t)$, $s_{11}(t)$, $p_{00}(t)$, $p_{1-1}(t)$, $p_{10}(t)$, $p_{11}(t)$ によって以下のように表される。

$$\Psi(t) = \begin{pmatrix} s_{00}(t) \\ s_{1-1}(t) \\ s_{10}(t) \\ s_{11}(t) \\ p_{00}(t) \\ p_{1-1}(t) \\ p_{10}(t) \\ p_{11}(t) \end{pmatrix} \quad (41)$$

またこれらのエネルギー固有値 $E_{S_{00}}, E_{S_{1-1}}, E_{S_{10}}, E_{S_{11}}, E_{P_{00}}, E_{P_{1-1}}, E_{P_{10}}, E_{P_{11}}$ は $2P_{1/2}(F=0)$ 準位を基準として以下のように表せる。

$$\begin{aligned} E_{S_{00}} &= \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{\text{HFS}}) \\ E_{S_{1-1}} &= \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{\text{HFS}} + \Delta E_{2S}^{\text{HFS}}) \\ E_{S_{10}} &= \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{\text{HFS}} + \Delta E_{2S}^{\text{HFS}}) \\ E_{S_{11}} &= \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{\text{HFS}} + \Delta E_{2S}^{\text{HFS}}) \\ E_{P_{00}} &= 0 \\ E_{P_{1-1}} &= \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{\text{HFS}}) \\ E_{P_{10}} &= \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{\text{HFS}}) \\ E_{P_{11}} &= \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{\text{HFS}}) \end{aligned} \quad (42)$$

ここで $\Delta_\alpha, \Delta E_{2S}^{\text{HFS}}, \Delta E_{2P}^{\text{HFS}}$ はそれぞれ α 遷移に相当するエネルギー差、 $2S_{1/2}$ の $F=0,1$ 間のエネルギー差、 $2P_{1/2}$ の $F=0,1$ 間のエネルギー差である。これらは式 (39) の対角要素にあたる。

式 (39) の非対角要素は振動電場との双極子相互作用である。ここで 8 つの超微細構造副準位の固有関数が、式 (37) の固有関数、LS 結合のスピン軌道相互作用項の固有関数、および超微細相互作用項の固有関数のテンソル積として得られていることに注意する。すると振動電場との双極子相互作用は式 (37) の固有関数でブラケットを取ることで、右上ブロックの非対角成分 V_{SP} に関しては

$$\begin{aligned} V_{SP} &= \left\langle S_{F,m_F} | q\mathbf{r} \cdot E \cos \omega t | P_{F',m'_F} \right\rangle \\ &= q \cos \omega t \left\langle S_{F,m_F} | xE_x + yE_y + zE_z | P_{F',m'_F} \right\rangle \\ &= q \cos \omega t \int_V \varphi_{200}^* (xE_x + yE_y + zE_z) \frac{1}{\sqrt{3}} (\varphi_{21-1} + \varphi_{210} + \varphi_{211}) dr \\ &= \frac{3aq \cos \omega t}{\sqrt{3}} (-\sqrt{2}iE_y + E_z) \end{aligned} \quad (43)$$

のように計算され、左下ブロックの非対角成分 V_{PS} に関しては以下のように計算される。

$$\begin{aligned} V_{PS} &= \left\langle P_{F,m_F} | q\mathbf{r} \cdot E \cos \omega t | S_{F',m'_F} \right\rangle \\ &= \frac{3aq \cos \omega t}{\sqrt{3}} (\sqrt{2}iE_y + E_z) \end{aligned} \quad (44)$$

ここで φ_{nlm} は式 (37) の固有関数である。また $2P_{1/2}$ 状態の任意の超微細構造副準位は外部磁場による偏極が無いとすると、磁気量子数 $m = -1, 0, 1$ で指定される 3 つの固有関数の均等な重ね合わせ状態で表されると仮定した。ハミルトニアンのエルミート性から式 (43) および式 (44) の計算結果は複素共役になっている。LS 結合のスピン軌道相互作用項の固有関数、および超微細相互作用項の固有関数による寄与は選択則として現れ、最終的に式 (39) の成分表示は以下ようになる。

$$\mathcal{H}_{\text{Lamb}} = \begin{pmatrix} E_{S_{00}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_{SP} & 0 \\ 0 & E_{S_{1-1}} & 0 & 0 & 0 & V_{SP} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{S_{10}} & 0 & V_{SP} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{S_{11}} & 0 & 0 & 0 & V_{SP} \\ 0 & 0 & V_{PS} & 0 & E_{P_{00}} - \frac{\hbar}{2}i\gamma p_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{PS} & 0 & 0 & 0 & E_{P_{1-1}} - \frac{\hbar}{2}i\gamma p_{1-1} & 0 & 0 \\ V_{PS} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{P_{10}} - \frac{\hbar}{2}i\gamma p_{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & V_{PS} & 0 & 0 & 0 & E_{P_{11}} - \frac{\hbar}{2}i\gamma p_{11} \end{pmatrix} \quad (45)$$

ただし $2P_{1/2}$ 状態の寿命 (約) は $2S_{1/2}$ 状態の寿命 (約 0.12 s) より遥かに短いため、寿命による減衰項を加えてある。

本研究ではこのように $2S_{1/2}$ および $2P_{1/2}$ に属する計 8 つの固有状態のみに着目した水素原子系の時間依存シュレディンガー方程式 (1 階非線形連立常微分方程式) を数値的に解くことで各準位の存在確率係数の時間発展を計算した。特に Lyman- α 光の検出数は $2S_{1/2}$ 状態の存在確率に比例するため、 $2S_{1/2}$ 状態各超微細準位の存在確率係数 $s_{00}(t)$, $s_{1-1}(t)$, $s_{10}(t)$, $s_{11}(t)$ の時間発展を計算した。ここで初期時刻 t_{init} においては $2S_{1/2}$ 状態各超微細準位の存在確率は等しく位相差も無いと仮定して、各存在確率係数の初期条件を

$$s_{00}(t_{\text{init}}) = s_{1-1}(t_{\text{init}}) = s_{10}(t_{\text{init}}) = s_{11}(t_{\text{init}}) = \sqrt{(1+0i)/4} \quad (46)$$

と仮定した。計算した結果、最終時刻 t_{fin} における各準位の存在確率の総和 P_{2S} は

$$P_{2S} \equiv |s_{00}(t_{\text{fin}})|^2 + |s_{1-1}(t_{\text{fin}})|^2 + |s_{10}(t_{\text{fin}})|^2 + |s_{11}(t_{\text{fin}})|^2 \quad (47)$$

となる。これは即ちラムシフト遷移装置を通過した後に水素原子が $2S_{1/2}$ 状態にある確率である。 P_{2S} を様々な周波数において計算しプロットすると 2S 状態存在確率のスペクトルを得ることが出来る。

例として空間的に一様な振動電場との相互作用によるスペクトルを計算結果を図 44 に示した。図中の点線は量子化軸方向に一様な電場 $E_z = 10 \text{ V/cm}$ が一定時間掛っているときの $|s_{00}(t_{\text{fin}})|^2$, $|s_{1-1}(t_{\text{fin}})|^2$, $|s_{11}(t_{\text{fin}})|^2$, $|s_{10}(t_{\text{fin}})|^2$ を、初期条件 (46) のもと 0.2 GHz から 2.0 GHz の周波数で計算した結果である。赤が $|s_{00}(t_{\text{fin}})|^2$ 、緑が $|s_{11}(t_{\text{fin}})|^2$ と $|s_{1-1}(t_{\text{fin}})|^2$ の和、青が $|s_{10}(t_{\text{fin}})|^2$ を表す。それぞれ α 遷移 (910 MHz)、 β 遷移 (1088 MHz)、 β 遷移 (1088 MHz)、 γ 遷移 (1147 MHz) の共鳴周波数付近において大きく遷移が起こり、存在確率が大幅に減少する様子が再現されている。また実線はこれらの和、即ち 2S 状態存在確率 P_{2S} のスペクトルである。

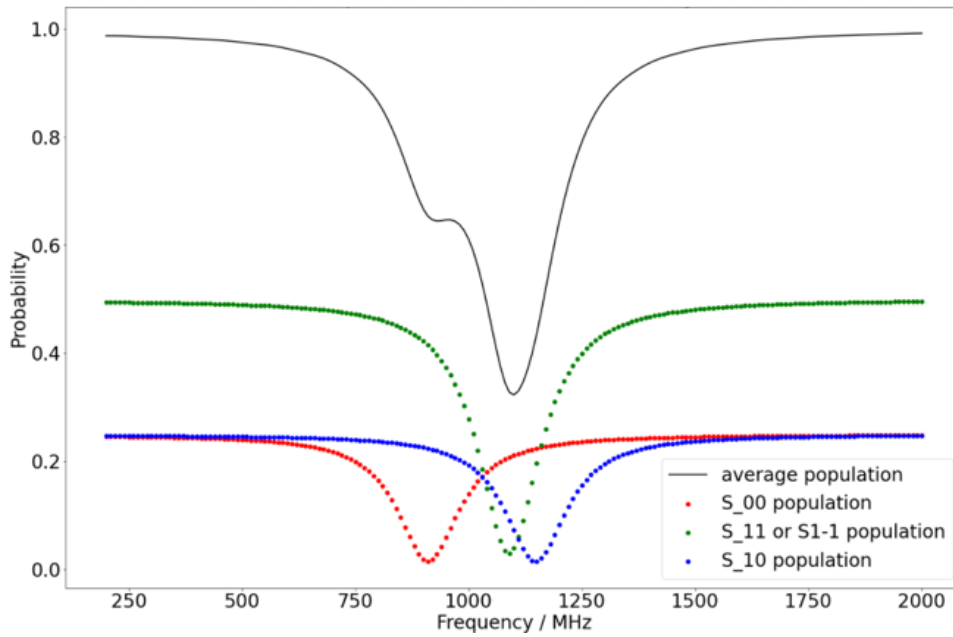


図 44: 量子化軸方向に一樣な振幅 $E_z = 10 \text{ V/cm}$ を持つ振動電場と一定時間相互作用した後の、2S 状態各超微細準位の存在確率およびその和。

5.1.2 二項分布からのモンテカルロ計算およびフィッティング

水素原子が1つ2S状態検出器まで飛来してきたとき、各周波数における実線の値を確率とするベルヌーイ試行の結果として Lyman- α 光が発生するかどうかが決まる。図 45 は水素原子1つの飛来を1イベントとしたとき、610 MHz から 1410 MHz まで 50 MHz 刻みで取った周波数点において、図 44 の実線のスペクトルからそれぞれ 1000 イベントのモンテカルロ計算を行ったときの算術平均をプロットしたグラフである。標準不確かさをエラーバーとして付け、もとの理論スペクトルも載せている。標準不確かさ 1σ をエラーバーとしているためおよそ $1/3$ のデータが理論スペクトルから外れていることが分かる。

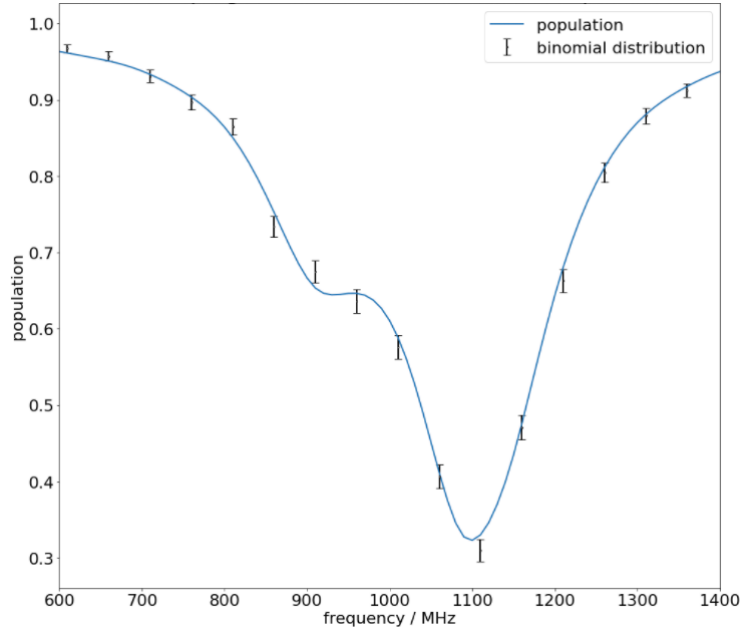


図 45: 610 MHz から 1410 MHz まで 50 MHz 刻みで取った周波数点において、それぞれ 1000 イベントのモンテカルロ計算を行ったときの平均値とエラーバー。またサンプリングした元のスペクトルも載せてある。

このようにラムシフトのスペクトルからサンプリングした二項分布に従うデータに対して、以下の水素原子 2S-2P 間ラムシフト遷移のモデル関数 [43]

$$F(\nu) = \sum_{i=1}^3 a_i \left[Q_i + Q'_i + a_6 \left\{ Q_i \left(Q_i - \frac{1}{2} \right) (Q_i - 1) + Q'_i \left(Q'_i - \frac{1}{2} \right) (Q'_i - 1) \right\} \right] + a_0 \quad (48)$$

を用いてフィッティングを行った。ここで

$$Q_i = 1 / (1 + \lambda_i^2), \lambda_i = (\nu - h_i - a_4) / a_5 \quad (49)$$

$$Q'_i = 1 / (1 + \lambda_i'^2), \lambda_i' = (\nu + h_i + a_4) / a_5 \quad (50)$$

であり、添え字の $i = 1, 2, 3$ はそれぞれ α 遷移、 β 遷移、 γ 遷移に対応している。式 (49) は通常のローレンツ関数を表し a_i は各ローレンツ関数の強度、 a_4 は α 遷移周波数、 h_i は各遷移周波数の α 遷移周波数からの差、 a_5 は自然幅を表すパラメータである。式 (50) は振動電場の反回転成分に対するローレンツ関数、 a_6 の掛った項はスペクトルの飽和に対する 3 次補正項、また a_0 はスペクトルのオフセットを表すパラメータである。このモデル関数を使用して図 45 のデータに対して、表 45 のようにパラメータ範囲と初期値を設定し、非線形最小 2 乗法による最適化ライブラリ lmfit[52] を用いてカイ二乗を最小化するフィッティングを行った。その結果各パラメータの収束値、不確かさ、および相対精度は表 3 に示したようになった。またこれらのパラメータに基づくスペクトルを図 46 に示す。

パラメータ	初期値	最小値	最大値
a_0	1.00	0	1.00
a_1	-0.30	-1	0
a_2	-0.50	-1	0
a_3	-0.30	-1	0
a_4	910	880	940
a_5	$1/(1.6 \times 10^{-2})$	0	200
a_6	0	-1	0
a_7	1088	1058	1118
a_8	1147	1117	1177

表 2: 図 45 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

パラメータ	収束値	不確かさ	相対精度
a0	0.99999374	± 0.01725328	1.73%
a1	-0.22624561	± 0.01891840	8.36%
a2	-0.59362065	± 0.17821164	30.02%
a3	-0.091911767	± 0.22496630	244.75%
a4	911.610022	± 6.56214320	0.72%
a5	90.41811736	± 7.97023292	8.81%
a6	0.35301191	± 0.71332581	202.07%
a7	1100.08730	± 18.71333113	1.70%
a8	1176.66620	± 94.8404852	8.06%

表 3: 図 45 のデータに対して表 2 の初期値と範囲でモデル関数 (48) を用いたフィッティングを行った結果。
 a_7, a_8 は β 遷移と γ 遷移の遷移周波数を表す。

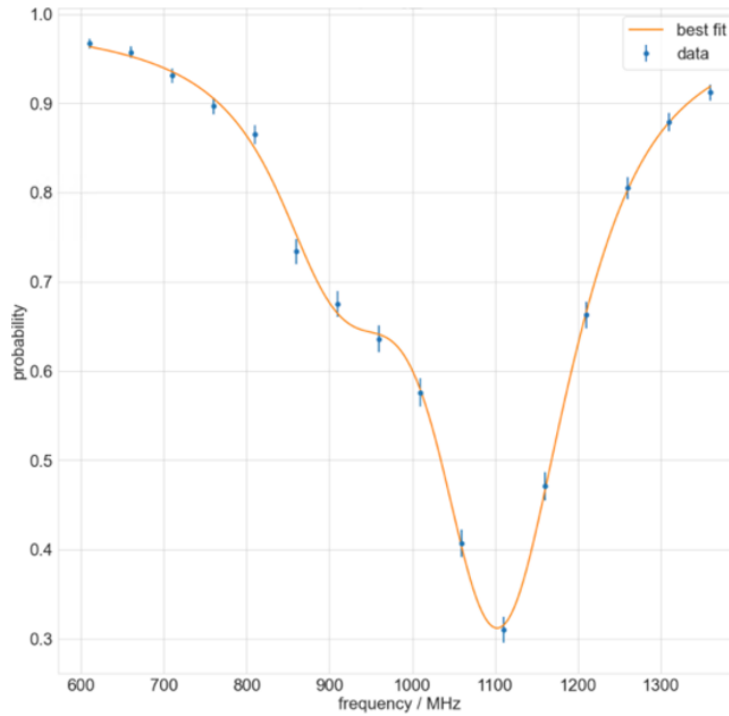


図 46: 表 3 のフィッティングパラメータによるスペクトル。

表 3 において、全ての遷移の共鳴周波数が不確かさの範囲内に収まっており、正しくモンテカルロ計算およびフィッティングが出来ていると判断出来る。ただし β 遷移と γ 遷移が大きく重なることから a_2, a_3 を精密に決定することは難しく、この例においては a_3 の相対精度が発散している。このことから水素原子 2S-2P ラムシフト分光において超微細構造の選別は必須と考えられる。また飽和の第 3 次補正項の係数である a_6 もここでは発散しているため、用いるマイクロ波のパワーや要求する精度によっては必ずしもこの補正項を考慮しなくてもよいと考えられる。

5.1.3 振動電場および反水素原子ビームの空間分布の考慮

式 (39) の電気双極子相互作用項に含まれる $\mathbf{E}_0(t)$ は、時刻 t で反水素原子が存在する地点において反水素原子が感じる 3 次元の振動電場の振幅である。5.1.1 節および 5.1.2 節では例として一様な振動電場を仮定したが、実際には超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置による振動電場は一様でない空間分布を持つ。また反水素原子が Reaction Tube を通過しこれらの装置に到達するときビーム直径は約 1 cm まで広がると想定されている。詳細な存在確率時間発展計算のためにはこれらの空間分布を 5.1.1 節のシュレディンガー方程式に取り込む必要がある。

1 個の反水素原子が任意の直線軌道を描いて超微細構造選択装置およびラムシフト遷移掃引を通過する場合、この反水素原子が感じる振動電場の 3 次元分布を以下のようにして得た。まず CST Microwave Studio で出力される任意線分上の電場の各成分の振幅を多項式関数等でフィッティングし、線分上の端点からの変位を変数とする関数として取得する。ここで CST Microwave Studio の周波数領域での計算による出力は実効値なので、式 (39) に取り入れるためには $\sqrt{2}$ 倍することで各時刻での振幅に変換する必要があることに注意する。更に CST では port 毎に実効値 1 W のパワーを印加して計算するため、任意のパワー実効値 W での出力に変換するには

$$W_e = \frac{\epsilon_0}{4} \int_V \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{E}}^* dv \quad (51)$$

の関係から \sqrt{W} 倍の補正を行う必要がある。ここで W_e , ϵ_0 はそれぞれ体積 V あたりの電場の単位時間あたりのエネルギーと真空の誘電率である [50]。

図 47 は 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において 1 個の水素原子が装置中心を通過すると仮定して、装置中心からビーム方向 (z 軸方向) に前後 30 mm の線分を設定したときの画像である。図 48 はこの線分上で 0.2 GHz から 2.0 GHz の範囲で周波数を変えながら出力した電場の鉛直方向 (y 軸方向) 成分の振幅である。これは 10 W の信号増幅器を 1 台使用した想定で、上下の平行平板電極にはそれぞれ実効値 5 W のマイクロ波が印加された場合の振幅である。 E_z , E_x についても同様に取得出来る。このようにして水素原子が感じる振動電場の 3 次元分布を取得する。

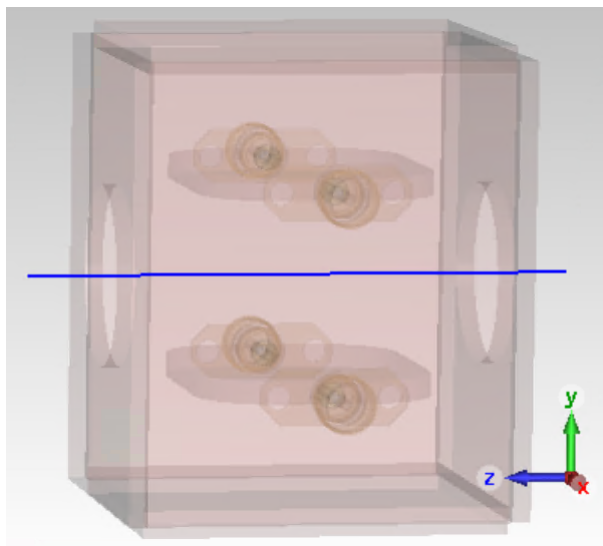


図 47: 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において、装置中心からビーム方向 (z 軸方向) に前後 30 mm の線分を設定したときの画像。

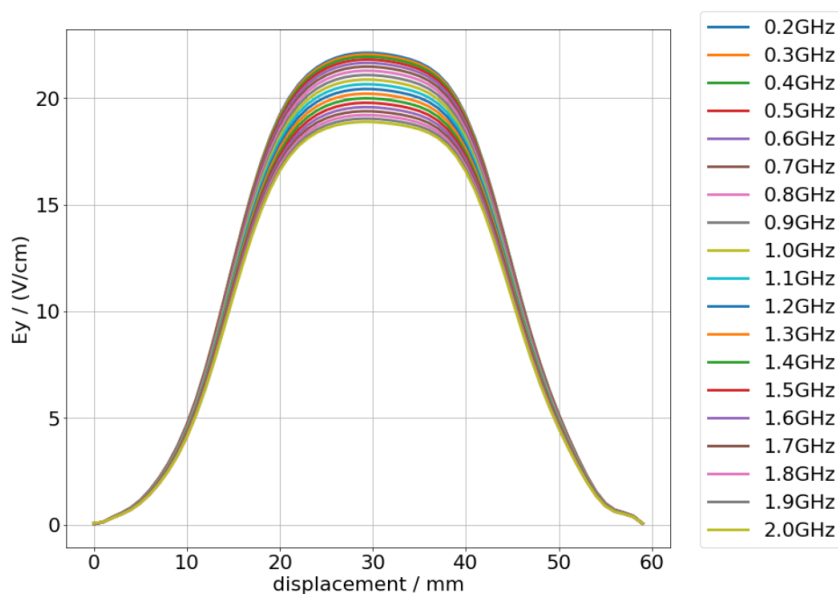


図 48: 図 47 の線分上で 0.2 GHz から 2.0 GHz の範囲で周波数を変えながら出力した電場の鉛直方向 (y 軸方向) 成分の振幅。

次にビームの空間分布を取り入れる方法について述べる。マイクロ波分光装置の位置における反水素原子ビームの直径は約 1 cm と見積もられており、その空間分布を以下のように取り入れることが出来る。CST では任意の線分上で電場の各成分の振幅を得られるため、図 49 のように x 軸 y 軸対称に飛来する反水素原子の軌道を模して複数の線分を配置する。ここではビーム中心軸が 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置の中心を通過すると仮定している。 α 遷移周波数に相当する 910 MHz の信号を上下の電極にそれぞれ実効値 5 W で印加した場合、図 49 の各線分上で得られる電場の各成分の振幅 E_{0y} , E_{0z} , E_{0x} は図 50 のようになる。このように取得した E_{0y} , E_{0z} , E_{0x} に対して線分上の端からの変位を水素原子の速度で割り飛行時間に変換することで、式 (39) の電気双極子相互作用項に含まれる $\mathbf{E}_0(t)$ の各成分 $E_{0y}(t)$, $E_{0z}(t)$, $E_{0x}(t)$ が得られる。

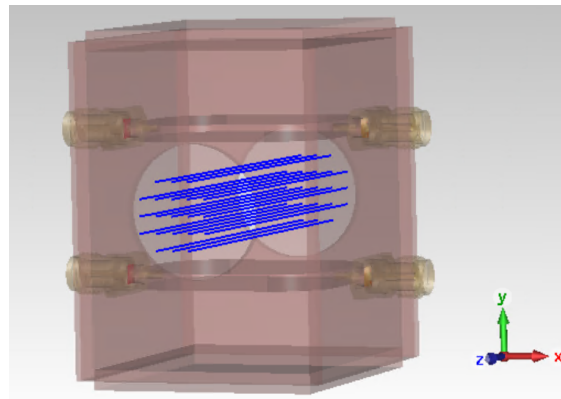


図 49: ビーム中心軸が 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置の中心を通過すると仮定して、 x 軸 y 軸対称に計 21 本の線分を設定している様子。

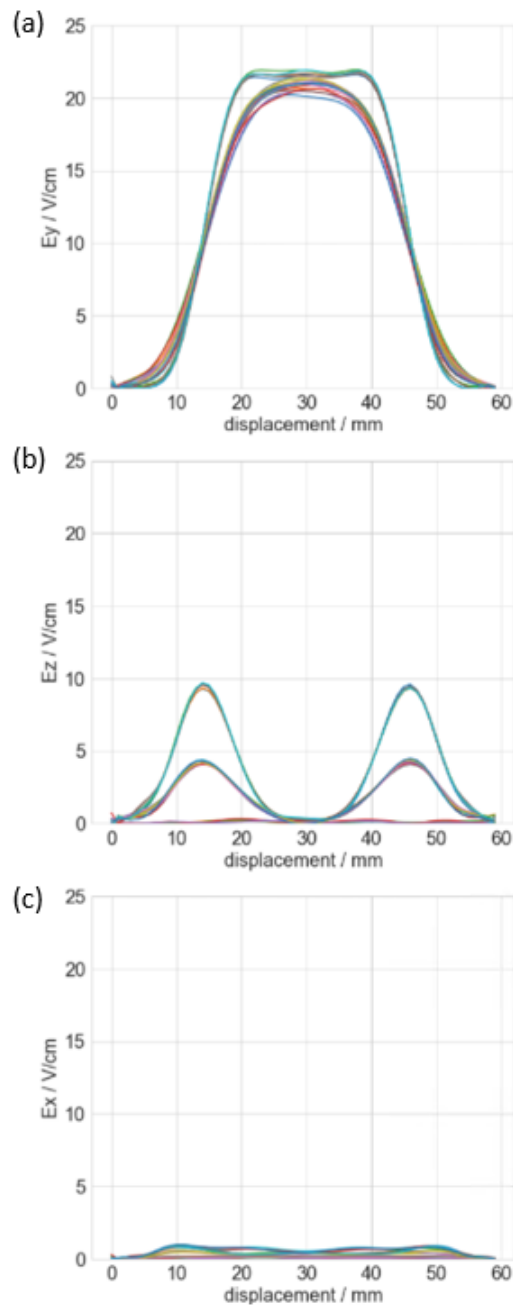


図 50: 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において、 α 遷移周波数に相当する 910 MHz の信号を上下の電極にそれぞれ実効値 5 W で印加した場合の、図 49 の各線分上で反水素原子が感じる振動電場の (a)y 成分の振幅 E_{0y} 、(b)z 成分の振幅 E_{0z} 、(c)x 成分の振幅 E_{0x} 。

このように取得した複数の $\mathbf{E}_0(t)$ を用いて、ラムシフト遷移装置のみによる分光を想定した存在確率時間発展をシュレーディンガー方程式 (40) に基づいて計算した。ここで以下の前提に注意する。3 章で説明したようにラムシフト分光のスペクトルは周波数を変えながら測定を繰り返すことで得られる。従って数値計算に用いる電場の各成分の振幅 $E_{0y}(t)$ 、 $E_{0z}(t)$ 、 $E_{0x}(t)$ も厳密には各周波数毎に CST Microwave Studio から用意する必要がある。しかし図 48 から分かるように 0.2 GHz から 2.0 GHz の周波数帯で振動電場の分布は大きく変化せず、 E_{0y} のピーク値の最大値と最小値の差は 15%以内に収まっている。これは α 値がこの周波数帯で安定であることに対応している。また実際

の測定では透過したパワーの値を元に信号発生器にフィードバックを掛けることで、振動電場の分布をより均一に出来るよう調節する予定である。これらを考慮して現段階の数値シミュレーションコードにおいては簡単のため、 α 遷移周波数に相当する 910 MHz での振動電場の分布を任意の周波数でも同様に用いることにする。この前提のもと、例として図 50 のそれぞれの E_{0y} , E_{0z} , E_{0x} から得た $E_{0y}(t)$, $E_{0z}(t)$, $E_{0x}(t)$ を用いて、0.2 GHz から 2.0 GHz の範囲で 10 MHz ずつ周波数を変えながら式 (47) の P_{2S} をそれぞれ計算すると図 51 のようになる。

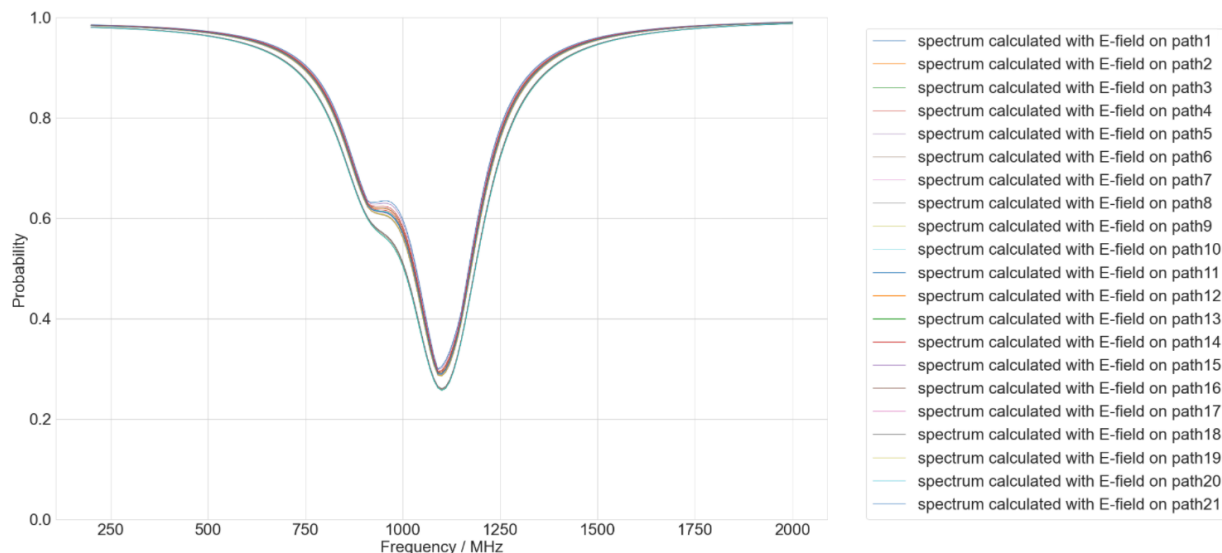


図 51: 図 50 のそれぞれの E_{0y} , E_{0z} , E_{0x} から得た $E_{0y}(t)$, $E_{0z}(t)$, $E_{0x}(t)$ を用いて、0.2 GHz から 2.0 GHz の範囲で 10 MHz ずつ周波数を変えながら計算した理論スペクトル。

5.1.4 実測スペクトルとの比較

ここでは振動電場と反水素原子ビームそれぞれの空間分布をシュレーディンガー方程式 (40) に取り入れたラムシフト分光の数値シミュレーションコードを用いて、モンテカルロ計算およびフィッティングを行い、同条件の水素原子ビームでの測定で得られた実測スペクトルと比較した。

2020 年に ETH Zurich の共同研究者等により 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置を用いて水素原子のラムシフト分光実験が行われた [22]。ここでは 9 keV の陽子ビームを厚さ 12 nm の炭素箔に入射し 2S 状態水素原子を生成した。このとき合計 400 イベントが測定され、図 52 に示すようなプロファイルが得られ、分光精度は数十 MHz であった。

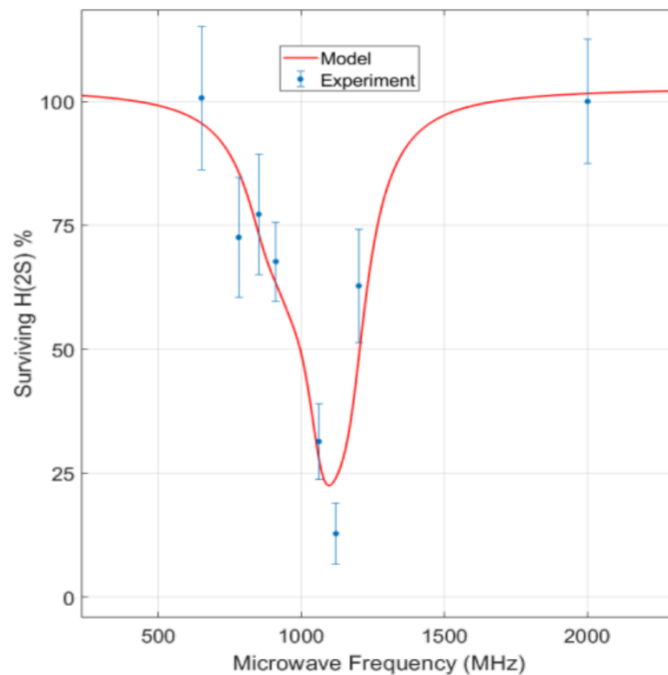


図 52: 20 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置に 10 W を印加した際の 9 keV 水素原子ビームによる 2S-2P 間ラムシフト遷移の実測スペクトル。

マイクロ波のパワーや相互作用時間等、この測定条件と同様の条件で数値シミュレーションを行った。具体的には、10 W の増幅器を用いた場合での振動電場の 3 次元分布を CST Microwave Studio から用意し、水素原子ビームは直径約 1 cm の一様分布を仮定し、速度は 9 keV の運動エネルギーに相当する値を用いた。この条件で、実験と同様に 8 つの周波数点で各 50 イベントずつ合計 400 イベントのモンテカルロ計算を行い、図 53 のようなスペクトルを得た。

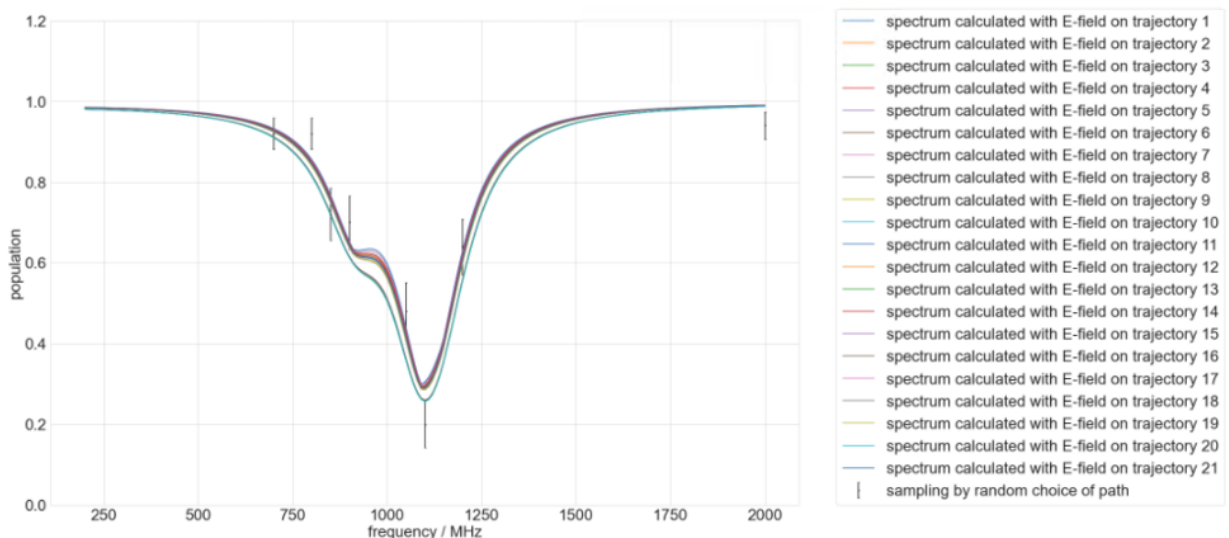


図 53: 各周波数点で 50 イベントずつ合計 400 イベントのモンテカルロ計算を行ったときの平均値とエラーバー。

このデータに対してモデル関数 (48) を使用して、

パラメータ	初期値	最小値	最大値
a_0	1.00	-	-
a_1	-0.30	-1	0
a_2	-0.50	-1	0
a_3	-0.30	-1	0
a_4	910	880	940
a_5	$1/(1.6 \times 10^{-2})$	0	200
a_6	0.00	-	-
a_7	1088	1058	1118
a_8	1147	1117	1177

表 4: 図 45 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

のようにパラメータ範囲と初期値を設定しフィッティングを行った。ここでは 8 つのパラメータに対して 8 つのデータ点しかなく自由度が足りないため、スペクトルのオフセットを表す a_0 と飽和の 3 次補正項係数を表す a_6 は初期値のまま固定してある。その結果各パラメータの収束値、不確かさ、および相対精度は表 53 ように求まった。

パラメータ	収束値	不確かさ	相対精度
a0	1.00 (fixed)	-	-%
a1	-0.29350629	± 2.46248917	838.99%
a2	-0.27410710	± 72.2273641	26350.05%
a3	-0.94803322	± 103.485132	10915.77%
a4	880.00000	± 57.1873297	6.50%
a5	47.8486165	± 282.392180	590.18%
a6	0.00 (fixed)	-	-%
a7	1058.48663	± 18441.1344	1742.22%
a8	1133.99060	± 2873.45590	253.39%

表 5: 図 53 のデータに対して表 4 の初期値と範囲でモデル関数 (48) を用いたフィッティングを行った結果。

またこれらのパラメータによるスペクトルを図 54 に示す。

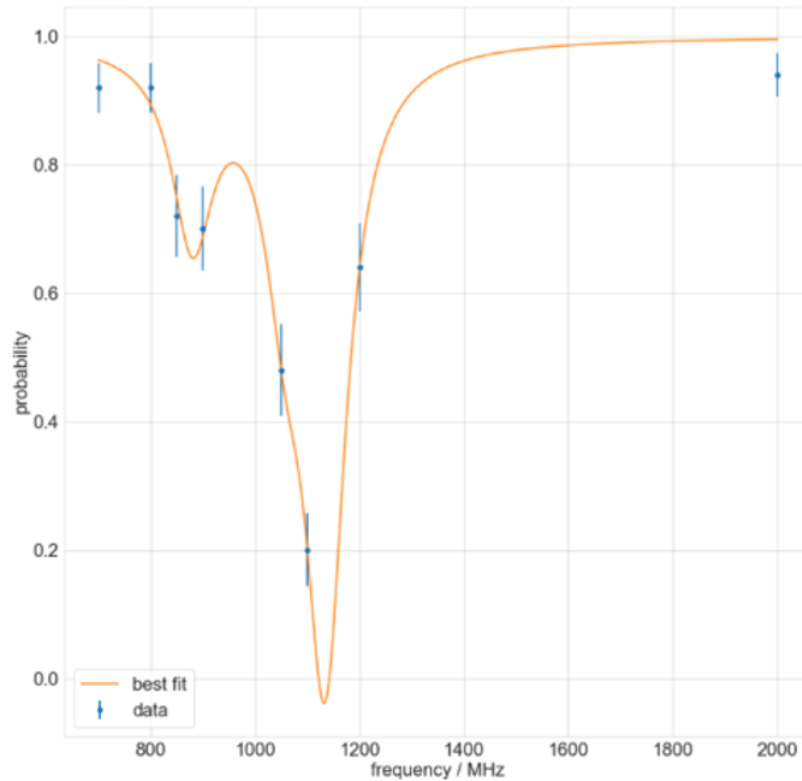


図 54: 表 5 のフィッティングパラメータによるスペクトル。

表 5 において、 α 遷移共鳴周波数 a_4 の不確かさは 57 MHz となり、これは実験において報告された数十 MHz の測定精度に矛盾しない。ただしこれは境界値に収束した値であるため測定点の数が十分でないと考えられる。また a_3, a_5, a_7, a_8 等のパラメータの相対精度が発散しているのは 5.1.2 節で述べた同様の理由によると思われる。一方で図 54 に示すように、スペクトルのピークの深さ等はおおよそ実測と一致するため、数値シミュレーションコードの存在確率時間発展の計算部分と、CST Microwave Studio からの電場振幅のインポートおよび処理の部分は少なくとも正しく実装出来ていると判断した。

5.2 30mm ボアモデルによる分光精度の見積もり

ここでは 5.1 節で説明した数値シミュレーションコードを用いて、4 節で開発した 30 mm ボアモデルの超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置による分光精度を見積もった。特に 2022 年の目標である 1% 精度の測定に要するイベント数を見積もった。

5.2.1 超微細構造選択装置による $2S_{1/2}(F=1)$ 状態の脱励起のシミュレーション

4.3 節で開発した超微細構造選択装置では 1.11 GHz のマイクロ波を印加するので、このモデルによる 1.11 GHz の振動電場の 3 次元分布を CST microwave Studio から用意し、5.1.3 節で述べた方法で数値シミュレーションコードに取り入れる。なおここでも反水素原子ビームの直径は約 1 cm とし、図 49 と同じ配置の長さ 100 mm の軌道上で振動電場の 3 次元分布を取り込む。ここでもラムシフト遷移装置と同様に 10 W の信号増幅器を 1 台用いる、つまり上下の平行平板電極にそれぞれ実効

値 5 W のマイクロ波を印加する場合を想定した。図 55 にこのときの振動電場各成分の振幅に対してフィッティングをして得た多項式関数 E_{0y} , E_{0z} , E_{0x} を示す。

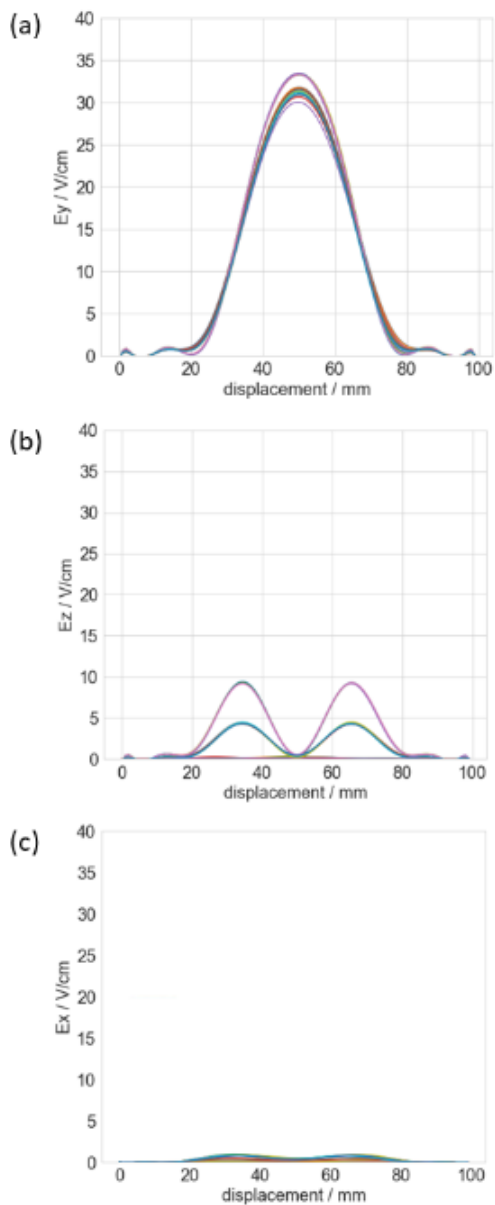


図 55: 4.3 節で開発した超微細構造選択装置において 1110 MHz の信号を上下の電極にそれぞれ実効値 5 W で印加した場合における、図 49 と同様の配置の線路上で反水素原子が感じる振動電場の (a)y 成分の振幅 E_{0y} 、(b)z 成分の振幅 E_{0z} 、(c)x 成分の振幅 E_{0x} 。

ここでは反水素原子の速度は光速の 0.3% という値を用いる。これは 2.3 節で述べたように 2S 状態反水素原子の収率が最大となり、かつ一部の基底状態のものによって非ゼロの \bar{H}^+ 生成散乱断面積が与えられると報告されている、反陽子の入射エネルギー 6 keV の場合の速度である。これらの条件のもと、反水素原子が超微細構造選択装置を通過するまでの各超微細準位存在確率時間発展のモンテカルロ計算の結果を図 56 に示す。図中の赤青緑黄の棒がそれぞれ $2S_{1/2}(F = 0)$ 準位、 $2S_{1/2}(F = 1, m = 0)$ 準位、 $2S_{1/2}(F = 1, m = -1)$ 準位、 $2S_{1/2}(F = 1, m = 1)$ 準位の標準不確かさを表す。入射前には各超微細準位の存在確率に差は無いとして、それぞれ 250 イベント、計 1000 イベントの計算を行った。なお反水素原子ビームは直径約 1 cm の一様分布に従い飛来するとした。

反水素原子は約 30 ns から 70 ns の間に装置内部のマイクロ波と相互作用しており、装置を通過したあと遷移せずに残ったものの割合は $2S_{1/2}(F = 0)$ 準位が約 80%、 $2S_{1/2}(F = 1, m = 0)$ 準位が約 10%、 $2S_{1/2}(F = 1, m = -1)$ 準位と $2S_{1/2}(F = 1, m = 1)$ 準位が約 5%程である。従って本装置によりほとんど全ての $2S_{1/2}(F = 1)$ 状態を脱励起出来ることが分かった。

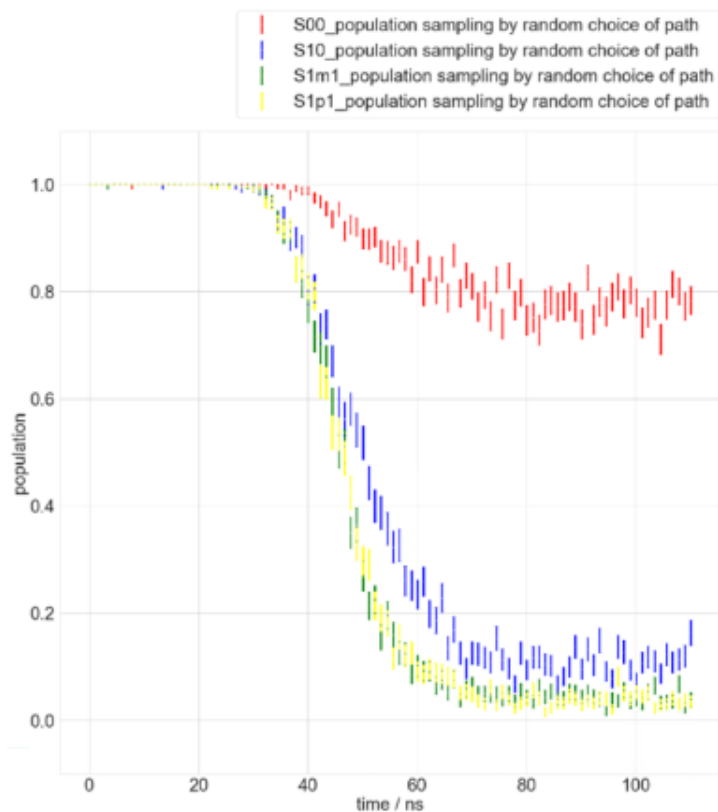


図 56: 4.3 節で開発した超微細構造選択装置で印加する 1.11 GHz の振動電場との相互作用によるモンテカルロ計算で求めた各超微細準位の存在確率時間発展。

5.2.2 ラムシフト遷移装置による α 遷移の分光のシミュレーション

5.2.1 節で述べた $2S_{1/2}(F = 1)$ 状態の脱励起の計算結果によって、ラムシフト遷移装置に入射する直前の各超微細準位の存在確率が求まった。ここではこれらの値を初期条件として、4.2 で開発した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置による分光のシミュレーションを行い分光精度を見積もった。ここでも反水素原子のビーム径、速度、装置に印加するパワーなどの条件は超微細構造選択装置と同じとして 910 MHz の振動電場各成分の振幅の多項式関数 E_{0y} , E_{0z} , E_{0x} を用意した。図 57 にこれらのグラフを示す。

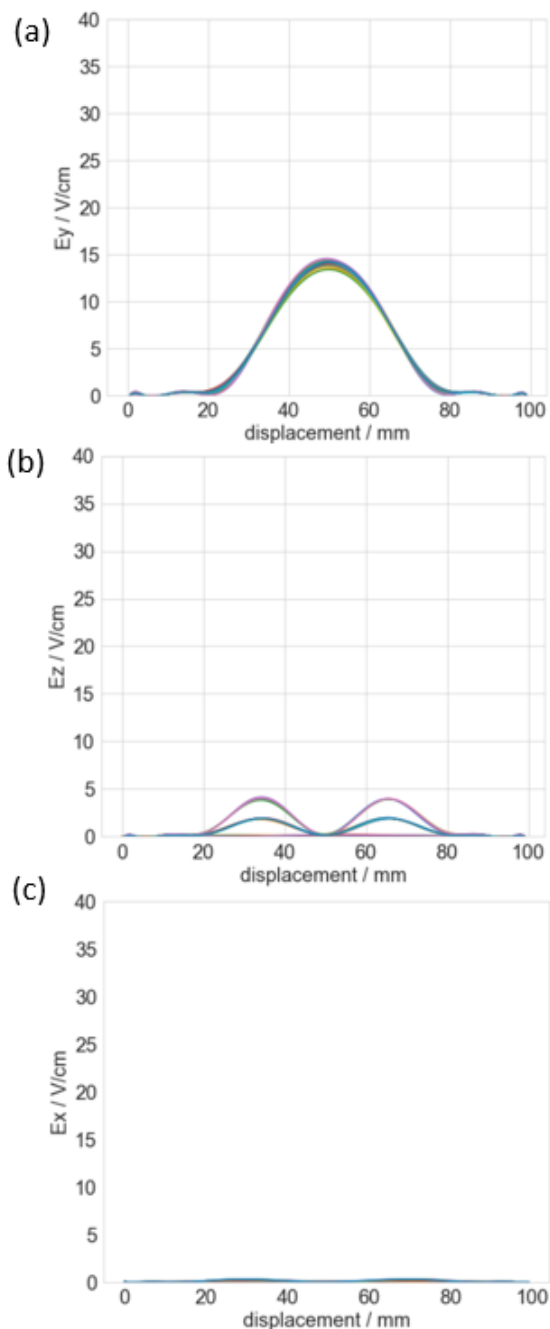


図 57: 4.2 節で開発した 30 mm ボアモデルのラムシフト遷移装置において、910 MHz の信号を上下の電極にそれぞれ実効値 5 W で印加した場合における、図 49 と同様の配置の線分上で反水素原子が感じる振動電場の (a)y 成分の振幅 E_{0y} 、(b)z 成分の振幅 E_{0z} 、(c)x 成分の振幅 E_{0x} 。

このように取得した複数の $\mathbf{E}_0(t)$ を用いて、5.1.3 節で述べたようにこれら一つ一つの $\mathbf{E}_0(t)$ による理論スペクトルを計算し、5.1.4 で述べたように各周波数点においてモンテカルロ計算を行った。超微細構造選択装置により主に $2S_{1/2}(F=0)$ 準位による α 遷移がこれらのスペクトルにおいて顕著に表れるため、 α 遷移共鳴周波数の 910 MHz 近傍で測定点を取る。ここでは 610 MHz から 1210 MHz まで 50 MHz 刻みで測定点毎に 500 イベント、計 6500 イベントのモンテカルロ計算を行った。この計算結果に対して、表 6 のようにパラメータ範囲と初期値を設定してフィッティングを行った。その結果各パラメータの値、不確かさ、および相対精度は表 7 のように求まった。またこれらのパラ

メータによるスペクトルを図 58 に示す。

parameter	initial value	min.	max.
a_0	0.25	0	1
a_1	-0.18	-1	0
a_2	-0.02	-1	0
a_3	-0.04	-1	0
a_4	910	880	940
a_5	$1/(1.6 \times 10^{-2})$	0	200
a_6	0.00	-1	1
a_7	1088	1058	1118
a_8	1147	1117	1177

表 6: フィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

parameter	value	uncertainty	relative precision
a0	0.24757853	0.01958636	7.91%
a1	-0.17056263	± 0.02147880	12.59%
a2	-5.6475×10^{-10}	± 0.16492245	2929255033%
a3	-0.03357361	± 8.30453900	24735.32%
a4	910.049652	± 9.38384238	1.03%
a5	52.7732039	± 12.97535554	24.59%
a6	0.91902106	± 2.18636710	237.90%
a7	1117.99999	± 1138704.51	101851.93%
a8	1121.71016	± 888.325687	79.19%

表 7: 表 4 の初期値と範囲でモデル関数 (48) を用いたフィッティングを行った結果。



図 58: 表 7 のフィッティングパラメータによるスペクトル。

表 7 において、 α 遷移共鳴周波数 a_4 は 1.03% の精度で決定されている。この精度では反陽子荷電半径の測定は出来ないものの、ALPHA 実験によって 2020 年に報告された式 (18) の 11% という精度を 1 桁上回る。また β 遷移と γ 遷移に関するパラメータの相対精度は a_2, a_3, a_7 に関しては発散しており、 a_8 は 79% と非常に悪い。これは超微細構造選択装置を用いて大部分の $2S_{1/2}(F=1)$ 準位を脱励起してもなお、図 58 から分かるようにわずかに残ったものによって β 遷移と γ 遷移の小さな共鳴ピークがスペクトルに現れることに起因すると考えられる。 β 遷移と γ 遷移はそれぞれ約 100 MHz の自然幅に対して共鳴周波数が約 70 MHz しか離れていないことから、わずかなピークとはいえこれらの共鳴周波数や強度といったパラメータを同時に決定することが原理的に出来ない可能性を示唆している。またこれら残存する $2S_{1/2}(F=1)$ 準位によって α 遷移共鳴周波数がわずかにシフトすることも報告されており [44][9]、本研究において精密測定する際にも系統不確かさとして補正する必要があると考えられる。

また、2.3 節で述べたように、反水素原子生成実験一回あたり約 0.1 個の $2S$ 状態 H が生成されると想定すると、ここで仮定した計 6500 イベントは約 12 週間で観測出来ると見積もられる。

6 陽子ビームおよび水素原子の生成

GBAR 実験ビームラインには ELENA からの反陽子の供給が行われない期間でもビーム輸送系の最適化、Ps との荷電交換反応による水素原子生成断面積の測定 [32]、および対照実験として水素原子のラムシフト分光といった様々なオフライン実験が行えるように、Connection Line の直後に陽子ビームラインが設けられている。ここでは水素原子の生成方法とラムシフト分光実験、および陽子源について述べる。

6.1 炭素箔標的による水素原子生成

図 59(a) は陽子ビームラインの概略図である。陽子源は 2.45 GHz の ECR イオン源であり、水素分子ガスを解離させおおよそ等しい運動エネルギーの H^+ 、 H_2^+ 、 H_3^+ を生成する。これらは質量の違いから速度が異なるため、ウィーンフィルターによって図 59(b) のように分離することが出来る [22]。こうして H^+ つまり陽子のみを取り出しチョッパーによってパルスビームにした後、四重極偏向器で軌道を 90° 曲げる。このようにして約 5×10^6 個の陽子からなる繰り返し周波数 20 Hz および幅 20 ns のパルスビームを、反陽子ビームと同様に反陽子トラップおよび Reaction Chamber に届ける。

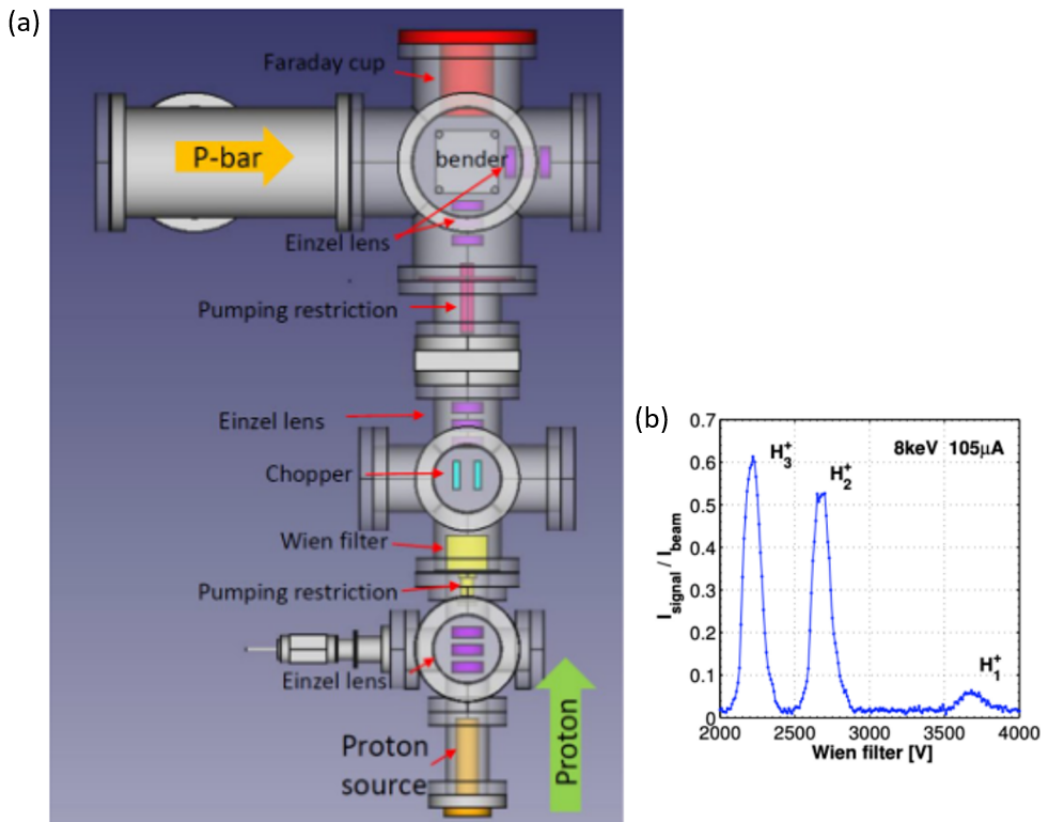


図 59: (a) 陽子ビームラインの概略図。(b) ウィーンフィルターの電圧に対する、陽子源の出力電流とファラデーカップで測定される電流の比。

このように生成された数 keV の陽子ビームを図 60(a) の炭素箔に入射させることで水素原子を生成する。グリッドに厚さ約 10 nm の炭素箔が貼られており、真ん中のグリッドと奥のグリッドに数 kV の電位差を生じさせることでシュタルク混合により 2S 状態を脱励起させることが出来る。図 60(b) にあるように、炭素箔は Ps 生成標的である Reaction Tube と共に Reaction Chamber 内部の Target

Holder に固定されており、Target Holder を上下に動かすことで任意の標的を反陽子ビームと衝突させることができる。また Target Holder の最下部には、紙面奥から手前に向かって撃たれる陽電子ビームのプロファイルを得るための MCP が搭載されている。図 61 は Reaction Chamber からイオンを分離する Switchyard までのビームラインの概略を示す。Switchyard は静電的に H^- , H , p を分離するものである。反水素原子生成の際は \bar{H}^+ , \bar{H} , \bar{p} を分離する。

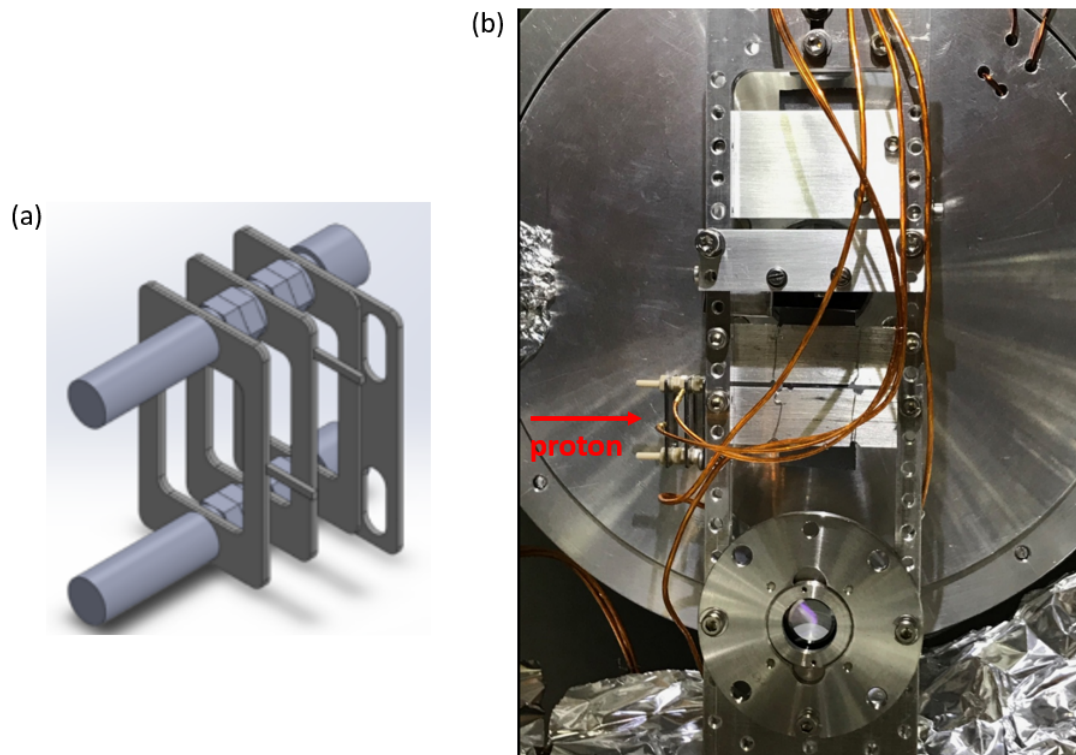


図 60: (a) 炭素箔標的のイラスト。(b)Target Holder の写真。

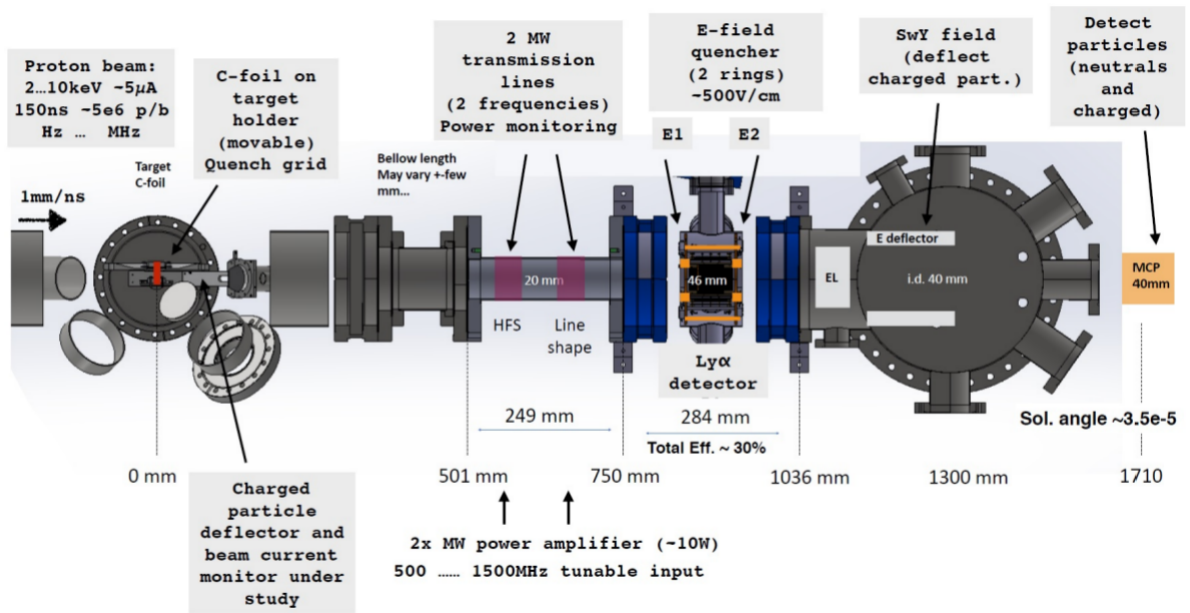


図 61: Reaction Chamber からイオンを分離する Switch Yard までのビームラインの概略図。

2021 年のビームタイムの前に、この方法による水素原子の生成およびラムシフト分光のテストが行われた。図 62 にこのとき測定されたラムシフトのスペクトルと、Switchyard 直下の MCP と蛍光板を組み合わせ得た水素原子ビームの像を示す。炭素箔を用いて水素原子を生成する実験では、 \bar{p}, e^+, Ps 等の対消滅で生じる π 粒子や μ 粒子および γ 線によるバックグラウンドが存在せず、水素原子の収量自体も多い。一方で反水素原子の生成においては、これらのバックグラウンドから高々数個の中性反水素原子による Lyman- α 光や衝突点の信号を切り分けることが必須となる。これらのバックグラウンドは後方散乱した反陽子の対消滅や比較的長生きした Ps の崩壊からも生じるため、反水素原子の飛行時間 (TOF) のみによって完全に分離することは難しい。

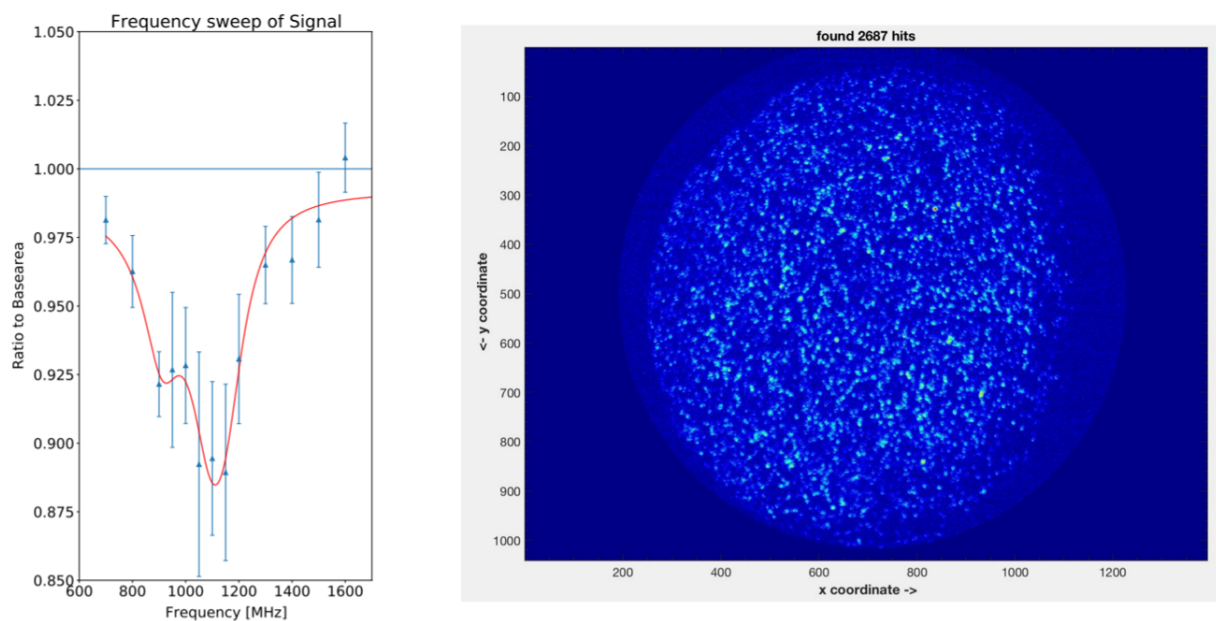


図 62: (a)2021 年のビームタイム前に測定された水素原子 2S-2P 間ラムシフト遷移のスペクトル。(b)Switchyard の MCP と蛍光板を組み合わせて撮影された水素原子ビームの像。

6.2 ECR イオン源型陽子源

陽子ビームラインの中核である陽子源は図 63 に示す 2.45 GHz の ECR イオン源 (Polygon Physics 社 TES-35) である。ECR イオン源では適当な強度の磁場に置かれた共振器中で高強度のマイクロ波定在波を生じさせ、電界放出等によって生じた電子を

$$f = \frac{e \cdot B}{2\pi \cdot m_e} \quad (52)$$

を満たす共鳴周波数のサイクロトロン運動で加速することにより効率的にガスを電離しプラズマを生成する。本研究で用いるものは、2.45 GHz で ECR 共鳴が起こるよう共振器およびアンテナが設計されており、また共振器内部の中心磁場強度が 875 G になるよう外部に磁石が配置されている。信号発生器では 2410 MHz から 2485 MHz まで 5 MHz ずつマイクロ波の周波数を調整することが出来、5 W 前後のパワーで出力する。電離ガスは加速電極と集束電極により数 keV および数 μA のイオンビームとして取り出すことが出来る。本研究では水素ガスを充填することにより陽子ビームを得る。

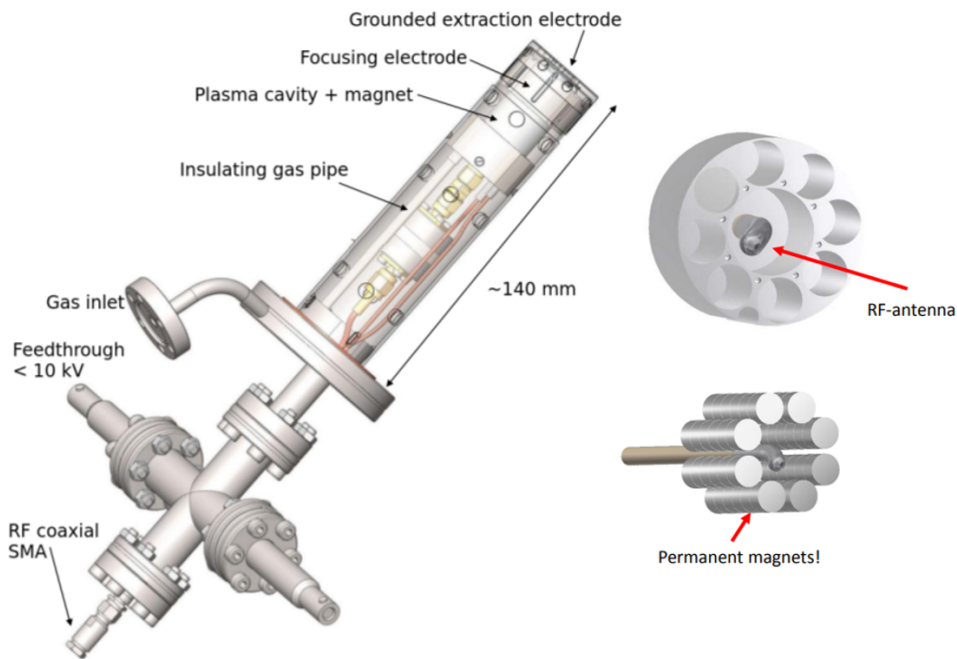
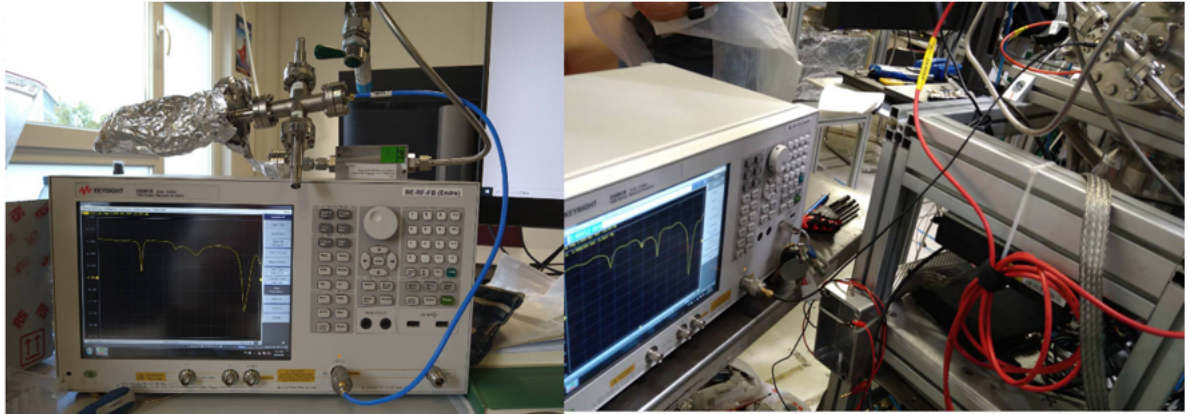


図 63: 2.45GHz 共振器による ECR イオン源型陽子源の模式図。

この陽子源を用いて水素原子ビームによる対照実験を計画していたが、一定時間運転した後プラズマの生成が急に止まりファラデーカップで電流が観測されなくなるという現象が頻繁に発生した。またプラズマ生成のために最適なマイクロ波のパワーやガスの充填速度といったパラメータに再現性が無く、毎度チューニングに時間が掛かっていたこと等から、陽子源に何らかの不具合が生じている可能性があった。特に一定時間の運転の後に不具合が生じるという点は、温度の上昇等といった時間に依存する要因が関係していることを示唆している。例えばマイクロ波の反射によって、モジュール内部の温度上昇から何らかの機器が影響を受けたり、あるいは共振器内部でパワーが不足しプラズマ生成が不安定になっていること等が原因として挙げられる。

そこで VNA を用いて 2 GHz から 3 GHz における陽子源のパワー反射率を測定し、約 2.45 GHz で共振特性があるかどうか確認した。図 64 に陽子源単体でのパワー反射率と陽子ビームラインにインストールした状態でのパワー反射率の測定結果を示す。青色が陽子源単体でのパワー反射率、オレンジ色が陽子ビームラインにインストールされた状態で測定されたパワー反射率である。いずれの測定条件においても 2.45 GHz ではなく約 2.9 GHz での共振特性が確認出来る。2.45 GHz においてはインストールされた状態で約 3.25 dB(47.3%) ものパワーが反射されていることが分かった。またこの陽子源のマイクロ波共振器部分をモデリングした CST Microwave Studio によるシミュレーションにおいても、2.9 GHz での共振特性が確認された。これらのことから、内部の清掃等の目的で陽子源を解体した際にジオメトリが変わってしまい、共振周波数が本来の 2.45 GHz からずれたことによってパワーが著しく反射され不具合の原因となっている可能性が高い。この結果を陽子源の開発会社と共有し、長時間の安定した運転の可能なモデルの製作とテストが行われている。

(a)



(b)

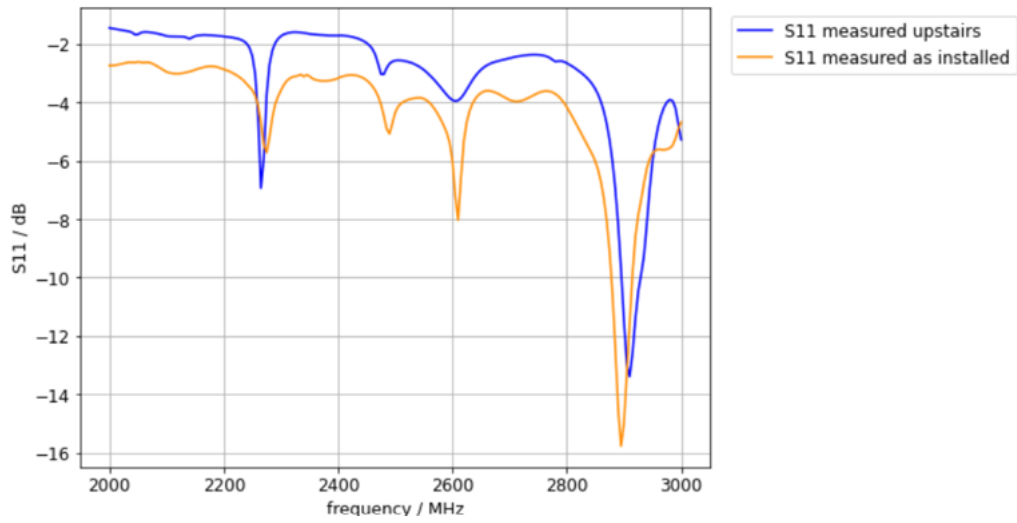


図 64: (a) 陽子源単体および陽子ビームラインにインストールされた状態でそれぞれ VNA を用いてパワー反射率を測定している様子。(b) それぞれの場合のパワー反射率の測定結果。青色が Proton Source 単体でのパワー反射率で、オレンジ色が陽子ビームラインにインストールされた状態で測定されたパワー反射率。

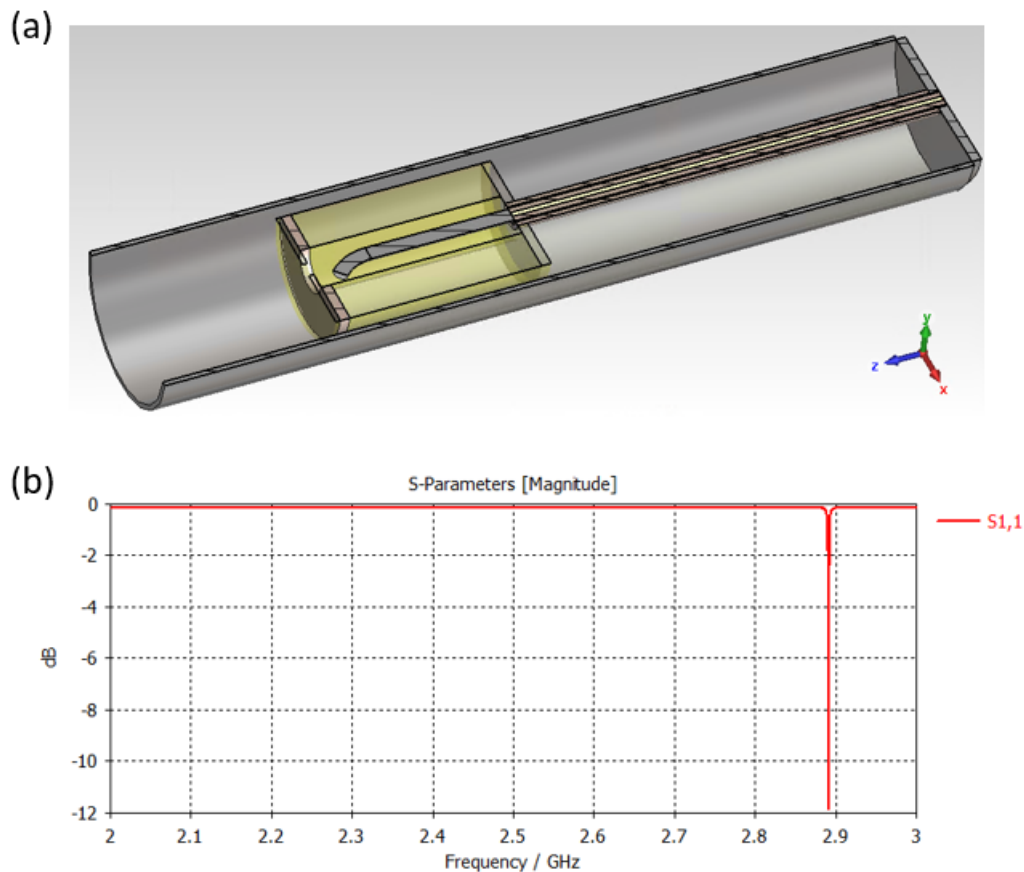


図 65: (a) 分かっている範囲内のジオメトリで CST において陽子源のマイクロ波共振器部分をモデリングした様子。(b) このモデルによるパワー反射率 S_{11} の計算結果。

7 反陽子ビームおよび反水素原子の生成

本章では 2021 年のビームタイムで行った低速反陽子ビームおよび反水素原子の生成実験に関して述べる。ELENA から供給される 100 keV の反陽子ビームを、GBAR 実験ビームラインの減速器 [30] で最低 4 keV まで減速することに成功した。ビームタイムの途中で減速器内部のドリフトチューブのスイッチがリーク電流によって故障し、反陽子ビームを 20 keV までしか減速出来なくなったものの、Switchyard まで安定して輸送することに成功した。まず低速反陽子ビームの生成に関して、反陽子ビームの強度分布を測定する必要性について述べた後、ELENA 内部の Beam Current Transformer によるビーム強度測定データ、GBAR 実験ビームライン直前のビームプロファイルモニターで得られる反陽子ビームのプロファイル、およびこれら強度とプロファイルの間の相関について議論する。また Switchyard 直下に設置した MCP と蛍光板を組み合わせて得られる反陽子ビームと水素原子イオンビームの像、および反水素原子と考えられる中性粒子の衝突による信号の検出についても述べる。

7.1 反陽子ビーム強度分布の測定について

式 (20) と式 (21) の連続する荷電交換反応による $\bar{\text{H}}$ および $\bar{\text{H}}^+$ の生成散乱断面積を正確に測定するためには、Reaction Tube 内部における \bar{p} , Ps, $\bar{\text{H}}$ の時間依存密度分布を測定する必要がある。例えば式 (20) の荷電交換反応において \bar{p} が基底状態のオルソポジトロニウムと反応した場合、 $\bar{\text{H}}$ の全生成散乱断面積 $\sigma^t(o\text{Ps}(1s), \bar{p})$ は実験的には

$$\sigma^t(o\text{Ps}(1s), \bar{p}) = \frac{N_{\bar{\text{H}}}}{f_{o\text{Ps}(1s)}^{(t,z,y,x)}} \quad (53)$$

の右辺の量を測定することによって得られる [53]。ここで、

$$f_{o\text{Ps}(1s)}^{(t,z,y,x)} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{z_0}^{z_1} \int_{y_0}^{y_1} \int_{x_0}^{x_1} d_{o\text{Ps}(1s)}(t, z, y, x) \cdot N_{\bar{p}}(t, z, y, x) dx dy dz \cdot v_{\bar{p}} dt, \quad (54)$$

であり $N_{\bar{\text{H}}}$, $d_{o\text{Ps}(1s)}$, $N_{\bar{p}}$ はそれぞれ 1 回の反陽子ビーム入射において生成した反水素原子の個数、基底状態ポジトロニウムの時間依存密度分布、反陽子の時間依存密度分布である。また $x_0, x_1, y_0, y_1, z_0, z_1$ は Reaction Tube の各方向の領域を表す。このことから反陽子に関しては、Extraction Line から Reaction Chamber に至るまでのどこかでビームの強度分布が測定されることが望まれる。

そこで既に設置されている Extraction Line 内部のビームプロファイルモニターや減速器前後の MCP を利用したビーム強度の測定を検討した。しかし一般に 7.3 節で述べる SEM や MCP と蛍光板の組み合わせによるビームプロファイルモニター等は、あくまでイオンビームの進行方向に垂直な面上での空間的分布をおおよそ測定するものであり、イオンの後方散乱等も考慮するとその測定結果がビーム強度分布を必ずしも反映するわけではない。従ってこれらの検出器のみでイオンビーム強度やその分布は精密に測定出来ないと考えられる。通常イオンビームの強度を精密に測定する際には、ファラデーカップ等を用いて電荷の総和を測定する。特に keV オーダーの低速反陽子の場合、反陽子が SEM のマイクロワイヤあるいは MCP の表面に入射した後、非弾性散乱を繰り返してエネルギーを失い最終的に検出器中の物質の原子核中の核子と対消滅し、様々な多重度で π 粒子などの 2 次粒子を生じる。これらの 2 次粒子は検出器中の物質と相互作用することなく電荷を持ち去る、あるいは相互作用して余計に 2 次電子を放出するといったことを起こし得る。従って低速反陽子に対するこれら検出器の応答は同条件の陽子ビームに対する応答と一致しない。このためイオンビームの様に反陽子の個数を直接測定することは難しいと考えられており、対消滅で生じる 2 次粒子を数えることで間接的に測定する方法等が通常取られる。

一方で図 66 のように、MCP の出力電気信号が超低速反陽子ビームの強度 ($\sim 10^3$) に対して線形な応答を示した較正結果 [54] も報告されている。従ってビームプロファイルモニターを用いて反陽子

ビーム強度やその分布がある程度求まる可能性があり、GBAR 実験においてもこれらの測定を目的としてビームプロファイルモニターの較正を検討した。

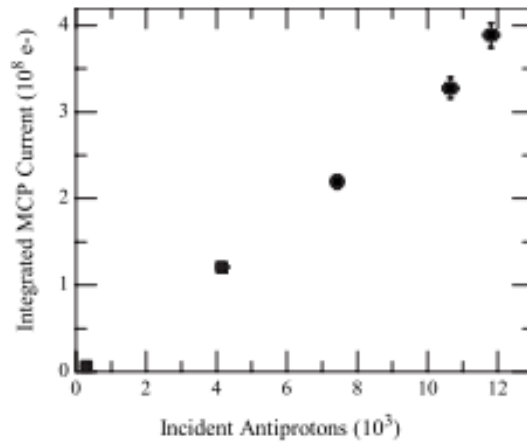


図 66: 超低速反陽子ビームの強度 ($\sim 10^3$) と MCP の出力の関係 [54]。

7.2 反陽子ビームの強度

ELENA 内部には各実験ビームラインに供給する直前の反陽子ビームおよび水素イオンビームの強度を非破壊的に測定する AC Beam Current Transformer(以下 BCT) が設置されている。これはイオンビームが通過する際に誘起される誘導電流を増幅し検出することで、イオンビームの強度を間接的に測定する装置である。これは AD で用いられている BCT と同じ原理のものであり、ELENA 用にジオメトリ等が最適化されている。図 67 はその模式図である [21][55]。ビームラインを覆うように円柱状のフェライトが設置されており、フェライトにはコイルが巻かれている。イオンビームが通過するとまずフェライト内部に誘導磁場が発生し、この誘導磁場によってコイルに誘導電流が流れる。この誘導電流を増幅し検出することで、ビーム強度等の情報を得る。ユーザーはバンチ毎に BCT によるビーム強度測定値を取得することが出来る。図 68 は GBAR 実験用の BCT である LNE.APLUB.5030 でビームタイム中のある時間帯に得られた反陽子ビーム強度である。ここでは平均約 6.15×10^6 、標準偏差約 0.73×10^6 の強度の反陽子ビームが GBAR 実験ビームラインに供給されていることが分かる。

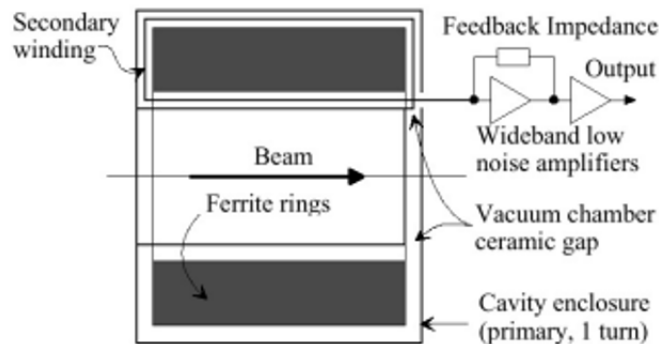


図 67: BCT の模式図 [21]。

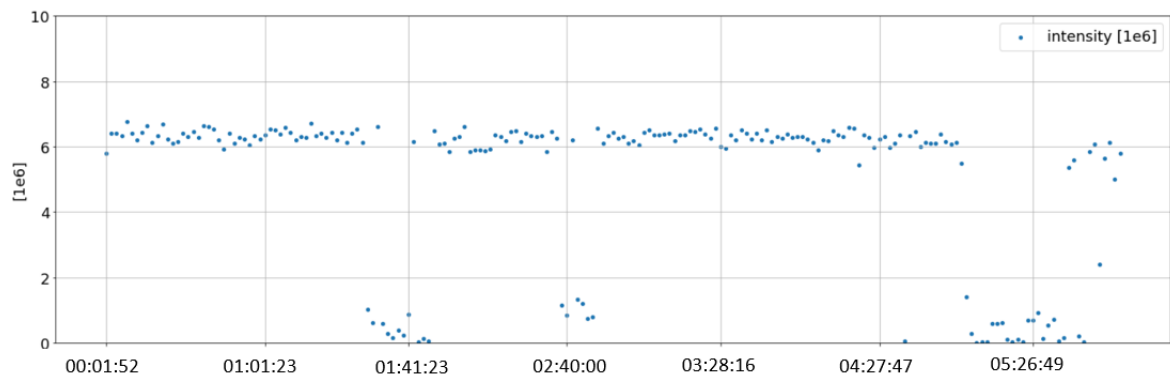


図 68: BCT(LNE.APULB.5030) による反陽子ビーム強度の測定値。欠損値は省略してある。

7.3 反陽子ビームのプロファイル

ELENA から GBAR 実験ビームラインの間を繋ぐ Extraction Line には2つのビームプロファイルモニターが設置されている。これは図 69 に示す Secondary electron Emission Monitor(以下 SEM)[21][56] という、2次元状に張られたカソードおよびアノードマイクロワイヤを用いてイオンビームが通過する際に放出される2次電子を検出する位置分解型の非破壊検出器である。62 × 62 mm² 四方に水平方向および垂直方向に約 1 mm 間隔でカソードワイヤが張られており、入射するイオンの一部がこれらに衝突する。このとき放出される電子が各方向のアノードワイヤで収集される。これらの2次電子は荷電積分回路により増幅および電圧に変換され、各チャンネルにおいて電圧パルスピーク値が 14bit の ADC で記録される。この値を元にイオンビームの2次元プロファイルを再構成することができる。図 70(a) はビームタイム中に GBAR 実験ビームライン直前の SEM(LNE50.BSGW.5060) で測定された水平方向および垂直方向の反陽子ビームプロファイルの例である。これらのプロファイルに対してガウス関数で各方向にフィッティングを行った結果が図 70(b) であり、その結果から再構成した2次元プロファイルが図 70(c) である。ピークの高さは水平方向および垂直方向のピークで平均を取っている。これらよりビーム径が標準偏差で水平方向に約 4 mm、垂直方向に約 6 mm に安定した反陽子ビームが供給されていることが分かる。尚この SEM の手前には2つの二重極偏向装置と1つの四重極偏向装置が設置されており、ビームを取り出す際の角度と水平方向および垂直方向のオフセットを調整することが出来る。

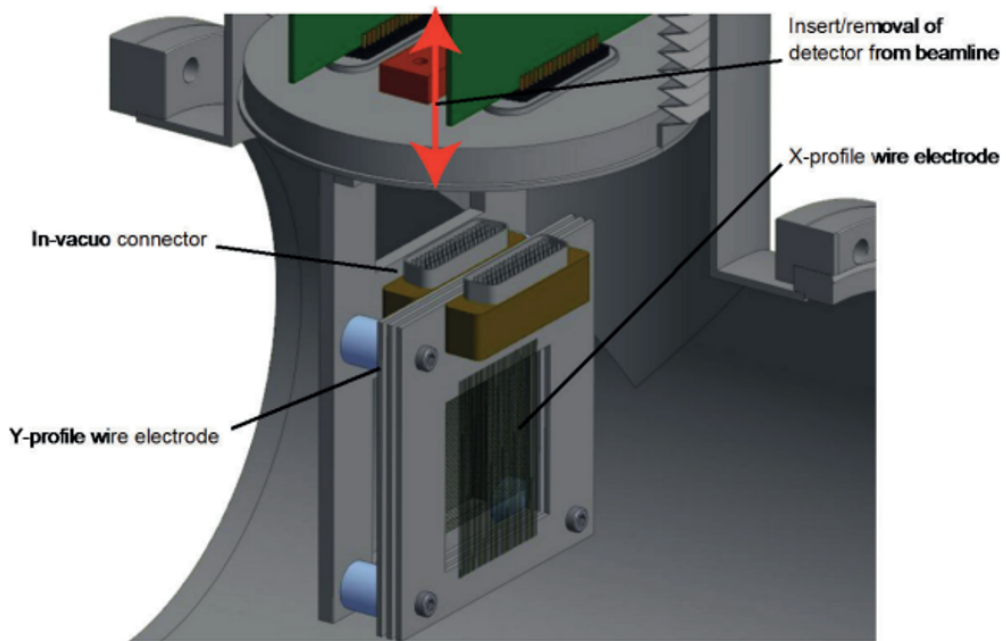


図 69: SEM のイラスト [21]。

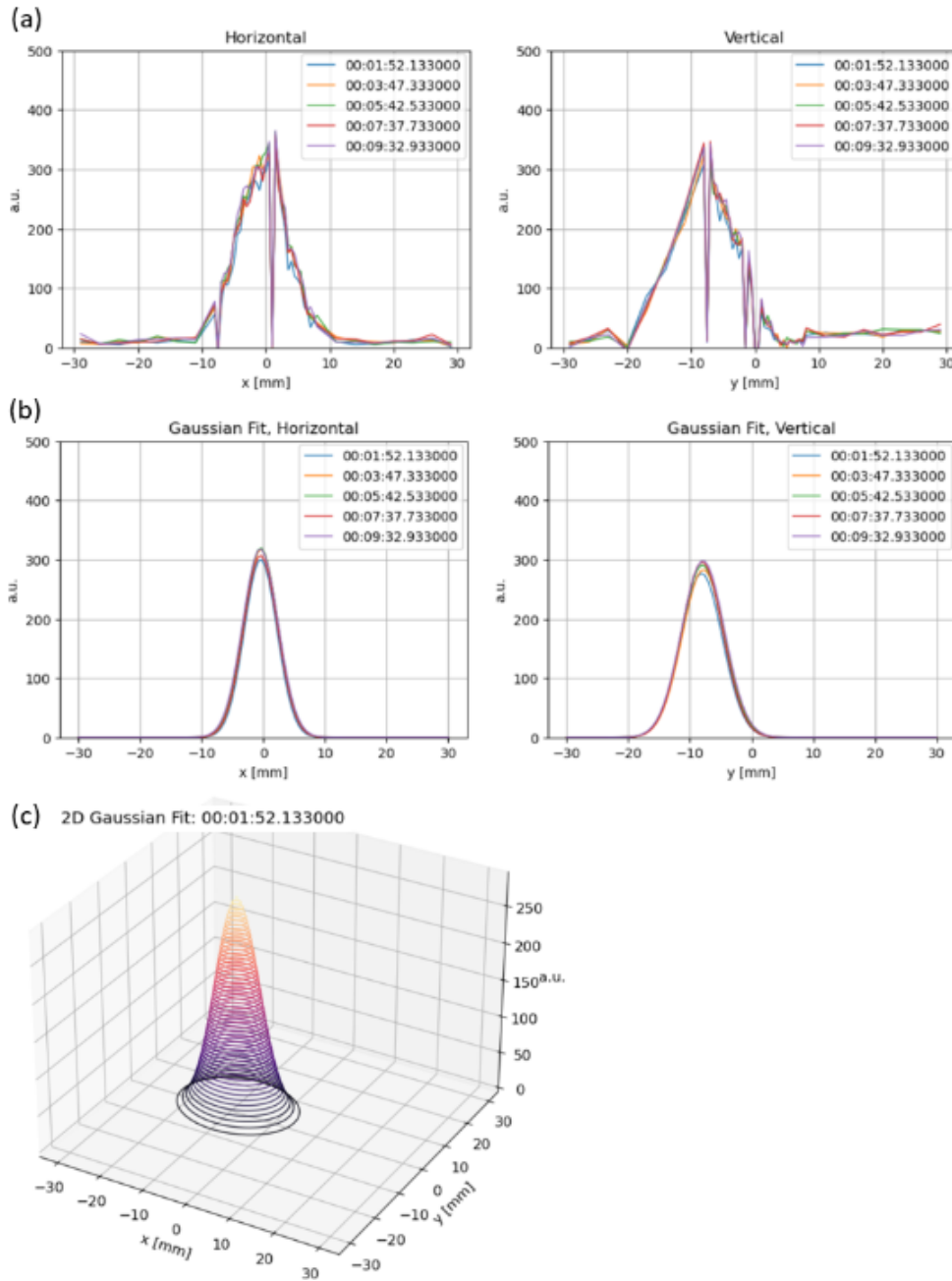


図 70: (a)SEM(LNE50.BSGW.5060) で得られる反陽子ビームプロファイルの生データ。それぞれ 47 チャンネルでデータを読み出し記録する。(b) それぞれの方向のデータをガウス関数でフィッティングしたプロファイル。(c) 水平方向および垂直方向のガウシアンから再構成した反陽子ビームの 2 次元プロファイル。

7.4 反陽子ビームの強度とプロファイルの相関

ここでは 7.1 節で述べた GBAR 実験ビームラインにおけるビームプロファイルモニターの較正の第一段階として、ELENA 内部の BCT で測定される反陽子ビームの強度と、Extraction Line 内部の SEM で得られるプロファイルの間の相関解析について述べる。

図 71(a) はある時刻の BCT による反陽子ビーム強度の測定データと、同じ時刻のバンチに対して SEM で得られた水平方向および垂直方向のガウシアンプロファイルの面積、およびその平均の値を

スケールしてプロットしたグラフである。GBAR 実験ビームラインにビームが送られていないときは SEM にはデータは記録されない。

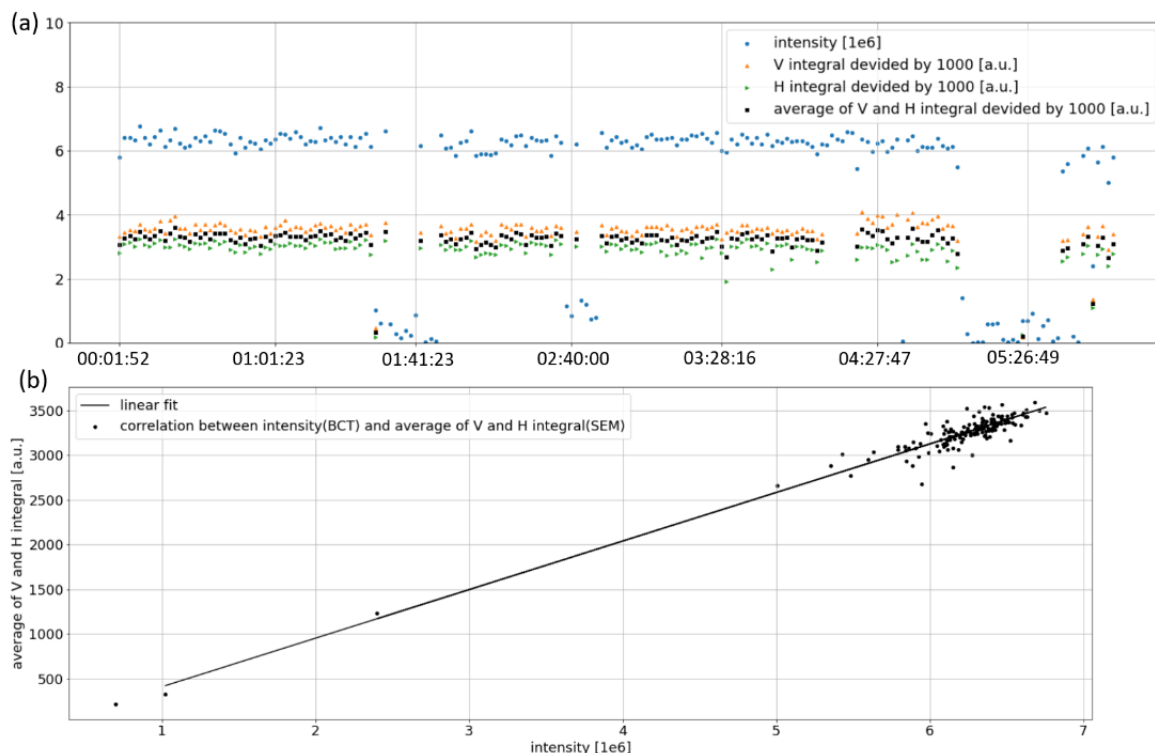


図 71: (a)BCT(LNE.APULB.5030) による反陽子ビーム強度の測定データと SEM(LNE50.BSGW.5060) による水平方向および垂直方向のガウシアン面積、およびその平均面積を適当にスケールしてプロットしたグラフ。(b) 水平方向と垂直方向のガウシアン面積の平均値と BCT によるビーム強度測定データ間の相関を表す散布図。

図 71(b) は、記録されている分の平均面積の値を縦軸に、それに対応する BCT でのビーム強度測定データを横軸にプロットした散布図である。図 71(b) における横軸のデータと縦軸のデータの間の Pearson 相関係数は約 0.97 であり、これらのデータ間には強い比例関係があると判断できる。ただし反陽子ビームが ELENA 内部の BCT から Extraction Line 内部の SEM に輸送されるまでに強度がいくらか失われている可能性はあるため、この比例関係から SEM の位置における絶対的な強度および強度分布を推定出来るかは議論の余地がある。

7.5 Switchyard の MCP による反水素原子の検出

2021 年のビームタイムでは、ELENA から供給される 100 keV の反陽子ビームと水素原子イオンビームを 20 keV から 4 keV にまで減速させ、安定して Switchyard まで輸送することに成功した。図 72(a) は Switchyard の MCP と蛍光板を組み合わせ得られた 20 keV の反陽子ビームによる信号の例である。反陽子の衝突によるスポットに加え、対消滅で生じた荷電 π 中間子が MCP の表面を移動した際に出来たと考えられる軌跡も確認出来る。なお CCD カメラの露光時間は 1 μ s である。図 72(b) は同様に 20 keV に減速した水素原子イオンビームによる信号の例である。衝突点は確認出来るが、対消滅による π 粒子の軌跡は現れていない。

Reaction Chamber で Ps 生成標的である Reaction Tube をセットし、陽電子ビームと反陽子ビームの入射のタイミングを合わせ式 (20) の反応による反水素原子生成を試みた。ビームタイム中の反

陽子ビームの強度、20 keV までの減速効率、Reaction Tube までの輸送効率、および Ps 標的の密度から概算される 1 回あたりの反水素原子の収量は約 0.01 個と見積もられている。Switchyard 直下で MCP と蛍光板を組み合わせて中性粒子の検出を試みた際には、 \bar{p} , \bar{H}^+ といったイオンが検出されないように静電的に分離した。図 72(c) はこのとき得られた中性粒子による衝突点の例である。

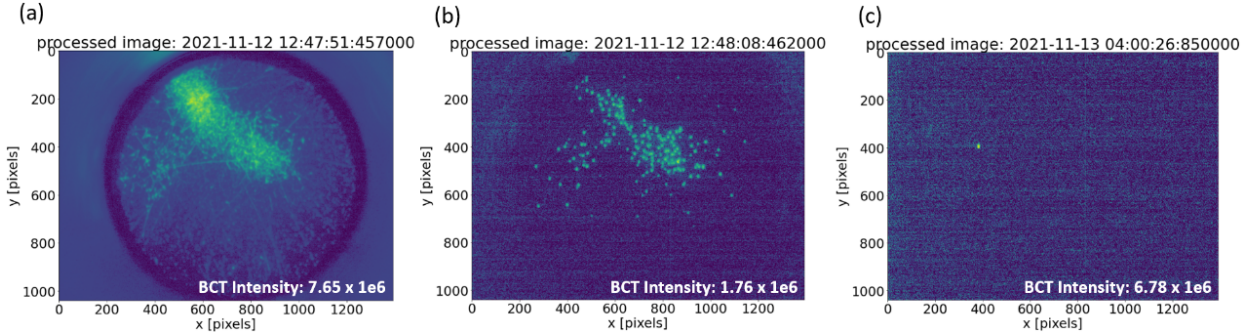


図 72: (a)Switchyard の MCP と蛍光板を組み合わせて得られた反陽子ビームによる衝突点と 2 次粒子による軌跡の例。(b) その約 15 秒後に得られた水素原子イオンビームによる衝突点の例。(c)Ps 生成標的である Reaction Tube に、20 keV の反陽子とタイミングを合わせ陽電子も入射させ、更に Switchyard でイオンを静電的に分離したとき得られた衝突点の例。

このとき Lyman- α 光検出器で Stark 混合のための電場を掛けておくと、励起状態の反水素原子が通過した場合は Lyman- α 光が検出される可能性があり、従って Switchyard の MCP による電気信号とのコインシデンスが取れる。図 73 はそのようなコインシデンスが取れたと考えられる波形の例である。これらの波形のピークが現れるタイミングは反陽子の速度と 2 つの検出器の距離から計算した反水素原子の TOF におおよそ一致する。しかし 6.1 節で触れたように、反水素原子の放出する Lyman- α 光および衝突等による信号には反陽子や陽電子の消滅に伴う多くのバックグラウンドが存在する。図 73 で得られたような信号が 2S 状態反水素原子によるものであると断定するためには、より多くの統計を溜めた上でバックグラウンドの解析を行う必要がある。

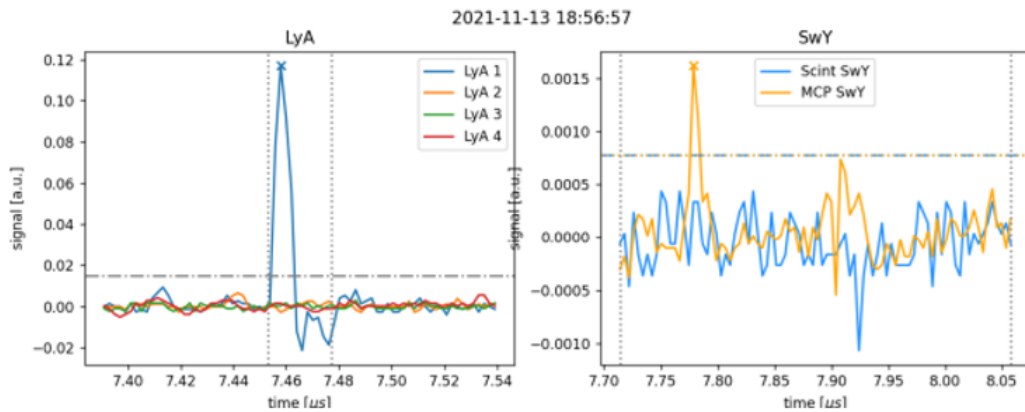


図 73: 20 keV 反陽子ビームで反水素原子の生成を試みたときの、Lyman- α 検出器で得られる波形と Switchyard の MCP で得られる波形。

8 結論

8.1 マイクロ波分光装置

反水素原子 2S-2P 間ラムシフト遷移の分光に向けた 30 mm ボアモデルのマイクロ波分光装置を開発した。ラムシフト遷移装置は平行平板型電極による伝送線路構造の装置を制作し、VNA による S 値の実測と CST Microwave Studio によるシミュレーションを比較し、 S 値の周波数依存性が両者でおおよそ一致することを確認した。また $2S_{1/2}(F=1)$ 状態を脱励起するための超微細構造選択装置を設計した。本装置は 1.11 GHz で共振し強い電場振幅を得ることが出来る。

今後は本ラムシフト遷移装置を GBAR 実験ビームラインに設置し、1%精度での分光を行い、2020 年に報告された 11%の精度 [20] を 1 桁上回ることを目指す。それと並行して、本研究の最終段階で計画している Separated Oscillation Fields 法による分光のためのラムシフト遷移装置を開発する。また超微細構造選択装置の製作を行う。

8.2 ラムシフト分光の数値シミュレーション

反水素原子の 2S-2P 間ラムシフト遷移における全ての超微細構造副準位の存在確率時間発展を計算する数値シミュレーション用コードを開発した。本シミュレーションでは振動電場の 3 次元分布や反水素原子ビームの空間的広がりを考慮することが出来る。水素原子による実測スペクトルとの比較を通して本シミュレーションの妥当性を確認した。本研究で開発した 30 mm ボアモデルの超微細構造選択装置およびラムシフト遷移装置による分光のシミュレーションを行い、12 週間の測定で 1%精度の分光が達成できると見積もった。

本シミュレーションを活用することで、分光装置に印加するマイクロ波のパワーや最適な測定点の取り方を分光実験までに分析する予定である。また本シミュレーションによって、振動電場の反回転成分が引き起こす周波数シフト、残存する $2S_{1/2}(F=1)$ 準位が引き起こす周波数シフト、振動電場の非一様性、および外場の項を加えてその摂動が引き起こす周波数シフトといった様々な不確かさの要因について分析することも出来る。

一方で振動電場の 3 次元分布は周波数ごとに厳密には異なるが、現段階のシミュレーションにはまだ実装されていないため、測定に用いる周波数ごとに CST Microwave Studio から振動電場の 3 次元分布を取り込んだコードの開発を検討している。

本研究では反水素原子、Lyman- α 光、および反粒子の対消滅による 2 次粒子による検出器への影響については議論しなかった。これらバックグラウンドを含めた反水素原子検出や分光についてのモンテカルロシミュレーションの開発も進める予定である。

8.3 陽子ビームおよび水素原子の生成

GBAR 実験に設置された陽子ビームラインを用いて、炭素箔を通過させることで励起状態水素原子の生成実験とラムシフト分光が行われている。これらを定常的に稼働させ、水素原子ビームの対照実験を遂行させるために、不安定な ECR イオン源型陽子源を解析した。

今後、本研究での解析結果を元に改良され安定稼働が見込まれる新しい陽子源を用いて、励起状態水素原子の生成とラムシフト分を行う予定である。

8.4 反陽子ビームおよび反水素原子の生成

Reaction Tube に入射する直前の反陽子ビーム強度およびその形状を測定するために、ELENA に設置されている BCT を用いたビーム強度測定、GBAR 実験ビームライン直前に設置された SEM によるプロファイルの測定を行った。特に供給される反陽子数を確定するため、BCT と SEM から得られる信号強度間の相関解析を行い、両者に強い比例関係があることを確認した。今後、より Reaction Chamber に近い場所にある MCP やシンチレータについて同様の解析を行い、反水素原子合成に利用される反陽子ビームの強度を確定する手法を確立する。

また Switchyard 直下に MCP と蛍光板を組み合わせたビームプロファイルモニタを設置し、反陽子ビームや水素原子ビームの像の観測に成功した。今後は、検出効率を確定して、反水素の数を推定できるようにする。また、反粒子消滅に伴うバックグラウンドは、分光実験にも影響を与える。そのためバックグラウンド解析を進めていく予定である。

限られたビームタイムではあったが、本研究では、ポジトロニウム雲に反陽子ビームを打ち込むことができた。中性粒子による事象と Lyman- α 検出器での事象とのコインシデンスをとることで、2S 状態反水素原子の検出を試みた。まだ統計的に 2S 状態反水素原子とは断定できないため、今後統計を蓄積していく予定である。

謝辞

はじめに、本研究の指導教官である松田恭幸教授と、黒田直史助教授に深く御礼申し上げます。松田恭幸教授は、毎週の研究室の輪講で私の質問に積極的に答えて頂きました。またコロナ禍で自宅での研究を強いられた中、リモートでのお茶会など積極的に会話する機会を設けて頂き、精神面で多大なる支援を頂きました。黒田直史助教授には、本研究における具体的な指導を頂きました。シミュレーションソフトの使い方から、文章の執筆、プレゼンテーションの仕方に至るまで、黒田直史助教授の懇切な指導のお陰で本研究を成し遂げることが出来ました。また、コロナ禍において海外出張が難しい中、渡航に関する事務手続きから現地の生活でのサポートまで、様々な面で本研究を支えて頂きました。

本研究の共同研究者である田中香津生氏にも感謝致します。田中氏には毎週の定例ミーティングで多くの助言を頂き研究をサポートして頂きました。また、CERN 滞在中に現地へ来てくださり直接激励を頂きました。

Christian Regenfus 氏、Philipp Peter Blumer 氏、Michael Muller 氏にも感謝致します。同氏には CERN 滞在中にビームラインでの作業を手伝って頂きました。また生活面でのサポートもして頂き、初めてのスイスでの生活を楽しむことが出来ました。同氏に加え Ben Ohayon 氏、Gianluca Janka 氏、Paolo Crivelli 氏にも感謝致します。同氏には定期的にオンラインミーティングに参加して頂き、マイクロ波分光装置の開発に関して多くの助言を頂きました。

また Patrice Perez 氏、Pauline Comini 氏、Laszlo Liskay 氏をはじめとして、CERN 滞在中にお世話になった GBAR Collaboration の皆様に感謝致します。

そして何より、二年間私を経済的にも精神的に大いに支えてくれた父と母に深く感謝致します。

参考文献

- [1] E. Rutherford, *Philosophical Magazine*, volume **21** (1911), pages 669-688.
- [2] R. Hofstadter and R. W. McAllister, *Phys. Rev.* **98**, 217 (1955).
- [3] M. N. Rosenbluth, *Phys. Rev.* **79**, 615 (1950).
- [4] G. A. Miller, *Phys. Rev. C* **99** (2019) 035202
- [5] W. Aron and A. J. Zuchelli, *Phys. Rev.* **105**, 1681 (1957).
- [6] 須田利美, 加速器 **15**, 52-59 (2018).
- [7] A. Beyer, et al., *Science*, **358**, 6359 (2017).
- [8] G. W. Erickson and D. R. Yennie, *Ann. Phys.*, NY 35 271, 447 (1965).
- [9] N. Bezginov, T. Valdez, M. Horbatsch et al., *Science*, **365**, 1007 (2019).
- [10] R. Pohl, A. Antognini, F. Nez et al., *Nature*, **466**, 213 (2010).
- [11] 2014 CODATA recommended values
- [12] H. Fleurbaey, S. Galtier, S. Thomas, M. Bonnaud, L. Julien, F. Biraben, F. Nez, M. Abgrall, and J. Gu'ena, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 183001 (2018).
- [13] 2018 CODATA recommended values
- [14] A. Marsman, M. Horbatsch, Z. A. Corriveau, and E. A. Hessels, *Phys. Rev. A* **98**, 012509 (2018).
- [15] W. Xiong, et al., *Nature* **575**, 7781, 147-150 (2019).
- [16] A. Grinin, et al., *Science*, **370**, 6520 (2020).
- [17] G. Baur, et al., *Phys. Rev. Lett.* 368, 3 (1996).
- [18] ALPHA Collab., *Nature* **548**, 66-69 (2017).
- [19] ALPHA Collab., *Nature* **557**, 71-75 (2018).
- [20] ALPHA Collab., *Nature* **578**, 375-380 (2020).
- [21] Extra Low ENergy Antiproton ring (ELENA) and its Transfer Lines, Design Report, edited by V. Chohan, CERN-2014-002 (CERN, Geneva, 2014), DOI: 10.5170/CERN - 2014 - 002
- [22] GBAR Collaboration, CERN-SPSC-2021-004/SPSC-SR-284 (2021).
- [23] GBAR Collaboration, CERN-SPSC-2011-029/SPSC-P-342 (2011).
- [24] ALPHA Collaboration, CERN-SPSC-2015-006/SPSC-SR-155 (2015).
- [25] ASACUSA Collaboration, CERN-SPSC-2021-003/SPSC-SR-283 (2021).
- [26] C. M. Rawlins, A. S. Kadyrov, A. T. Stelbovics, and I. Bray, *Phys. Rev. A* **93**, 012709 (2016).
- [27] P. Comini, Ph.D.thesis, Universitee Pierre et Marie Curie - Paris IV (2014).

- [28] P. Comini and P.-A. Hervieux, *New. J. Phys.*, **15**, 095022 (2013).
- [29] P Comini, et al., *New J. Phys.* **23** 029501 (2021).
- [30] A. Husson, et al., *Nuclear Inst. and methods in Physics Research, A*, **1002** (2021).
- [31] M. Charlton, et al., *Nuclear Inst. and methods in Physics Research, A*, **985** (2021).
- [32] A. M. M. Leite, Ph.D thesis, Université Paris-Saclay, France (2017).
- [33] X.-P. Huang, F. Anderegg, E. M. Hollmann, C. F. Driscoll, and T. M. O’Neil *Phys. Rev. Lett.* **78**, 875 (1997).
- [34] S. Niang, Ph.D thesis, Université Paris-Saclay, France (2020).
- [35] Positron accumulation in the GBAR experiment, to be submitted
- [36] W.E. Lamb and R.C. Retherford, *Phys. Rev.*, **72**, 241 (1947).
- [37] H. A. Bethe, *Phys. Rev.* **72**, 339 – 341 (1947).
- [38] N. Kolachevsky, A. Matveev, J. Alnis et al., *Phys. Rev. Lett.*, **102**, 213002 (2009).
- [39] N.E. Rothery and E.A. Hessels, *Phys. Rev. A*, 61, 044501 (2000).
- [40] S. Lundeen, P. Jessop and F. Pipkin, *Phys. Rev. Lett.*, **34**, 377 (1975).
- [41] A. Kramida, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, **96**, 6, 586-644 (2010).
- [42] W. Demtroder, *Atoms, Molecules and Photons An Introduction to Atomic-, Molecular-, and Quantum Physics* (2010).
- [43] G. Newton, D. A. Andrews and P. J. Unsworth, *Philos. Trans. R. Soc. A*, **290**, 35 (1979).
- [44] S. Lundeen and F. Pipkin, *Metrologia* **22**, 9 (1986).
- [45] G.W.F. Drake, *Advances in Atomic and Molecular Physics*, **18**, 399-460, (1982).
- [46] A. van Wijngaarden, G.W.F. Drake, *Phys. Rev. A* **17**, 1366 (1978).
- [47] C. Martin and S. Bowyer, *Appl. Opt.*, **21**, 23 (1982).
- [48] B. Ohayon, G. Janka et al., arXiv:2018.12891v2 (2021).
- [49] G. Janka, B. Ohayon, et al., *Eur. Phys. J. C.* **80**, 804, (2020).
- [50] D. M. Pozar, *Microwave Engineering* 4th edition, John Wiley & Sons (2011).
- [51] 西 諒真 (2020). 反水素原子の $n = 2$ ラムシフト測定のためのマイクロ波分光装置の開発, 東京大学大学院総合文化研究科修士論文.
- [52] Newville, Matthew, Stensitzki, Till, Allen, Daniel B., Ingargiola, Antonino. (2014). LMFIT: Non-Linear Least-Square Minimization and Curve-Fitting for Python (0.8.0). Zenodo.
- [53] B. M. Latacz, Ph.D thesis, Université Paris-Saclay, France (2019).
- [54] G. B. Andresen et al. *Review of Scientific Instruments*, 80(12):123701, 2009.

- [55] C. Gonzalez and F. Pedersen, An ultra-low noise AC beam transformer for deceleration and diagnostics of low intensity beams, *PAC' 99*, New York (March 1999), THAR6, p. 474 (2004).
- [56] M. Hori, *Review of Scientific Instruments*, **76**, 113303 (2005).