

修士学位論文

反水素およびミュオニウムの微細構造分光のための
マイクロ波共振器の設計

Design of a Microwave Cavity Resonator
for High-Precision Measurement of the Fine Structures of
Antihydrogen and Muonium Atoms

令和5年度
広域科学専攻相関基礎科学系
31-206917
浅利真奈美

目次

第1章	序論	6
1.1	反粒子・反物質	6
1.1.1	陽電子	6
1.1.2	正電荷ミュオン	6
1.1.3	反陽子	7
1.2	反粒子の生成	7
1.2.1	陽電子の生成	7
1.2.2	正電荷ミュオンの生成	7
1.2.3	反陽子の生成	7
1.2.3.1	反陽子減速器 AD	8
1.2.3.2	低速反陽子蓄積リング ELENA	8
1.3	反水素	8
1.4	GBAR 実験	9
1.5	ミュオニウム	9
1.5.1	ミュオニウムの生成方法	9
1.6	水素様原子の構造	10
1.6.1	微細構造	10
1.6.2	ラムシフト	10
1.6.3	超微細構造	11
1.7	水素様原子の分光実験の現状	11
1.8	本研究の目的	12
1.8.1	反陽子の荷電半径	12
1.8.2	QED の検証	13
1.8.3	CPT 対称性の検討	13
第2章	微細構造分光	15
2.1	微細構造の直接測定の原理	15
2.2	原子線による微細構造のマイクロ波分光	15
2.2.1	超微細構造を含む $n = 2$ 微細構造	16
2.3	$2S_{1/2}$ - $2P_{3/2}$ 間の遷移確率とスペクトル	17
2.3.1	超微細構造副準位の存在確率の時間発展計算	17
2.3.2	分光実験における超微細構造副準位の選別	23
第3章	マイクロ波分光装置の設計	25
3.1	微細構造遷移装置の形状	25
3.1.1	進行波管	25
3.1.2	平行平板電極を持つ伝送線路	26
3.1.3	共振器	28
3.2	箱型空洞共振器中の振動電場およびビームの空間分布	31
第4章	微細構造分光の測定精度の見積もり	38

4.1	分光精度の見積りのためのデータの作成	38
4.2	分光精度の見積りのためのフィッティング	38
4.3	統計的不確かさの見積もり	39
4.3.1	ミュオニウムの微細構造	40
4.3.2	反水素の微細構造	41
4.4	系統的な不確かさの見積もり	45
4.4.1	電場振幅を近似したことによる不確かさの見積もり	45
4.4.2	ビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさの検討	48
4.4.3	ミュオニウムの微細構造	50
4.4.4	反水素の微細構造	51
第5章	結論	54
付録 A	使用した周波数における電場分布のヒートマップ	55

図目次

1.1	ELENA と各実験への transfer line の模式的な図。	8
1.2	ミュオニウムビーム生成の模式図。	10
1.3	水素様原子のエネルギー準位の模式図。	11
1.4	陽子の荷電半径に関する報告。	13
2.1	$2S_{1/2}$ から $2P_{3/2}$ への励起と $2P_{3/2}$ から $1S$ への脱励起の模式図。	15
2.2	原子線による微細構造のマイクロ波分光の概要。 (a) MW region で遷移が起こらなかった場合。(b) MW region で遷移が起こった場合。	16
2.3	反水素のエネルギー準位と微細構造の模式図。	17
2.4	ミュオニウムのエネルギー準位と微細構造の模式図。	17
2.5	$2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ 間の遷移の相対強度の模式図。	20
2.6	量子化軸方向に一樣な振幅 $E_z = 11.6 \text{ Vcm}^{-1}$ を持つ振動電場と一定時間相互作用した後の、反水素の $2S$ 状態各超微細準位の存在確率およびその和。	22
2.7	量子化軸方向に一樣な振幅 $E_z = 11.6 \text{ Vcm}^{-1}$ を持つ振動電場と一定時間相互作用した後の、ミュオニウムの $2S$ 状態各超微細準位の存在確率およびその和。	23
2.8	あらかじめ 9750 MHz で一定時間遷移させた後、改めて量子化軸方向に一樣な振幅 $E_z = 11.6 \text{ Vcm}^{-1}$ を持つ振動電場と相互作用した場合の、反水素の $2S$ 状態の存在確率。	24
3.1	進行波管を用いた水素の微細分光装置の概略図。	26
3.2	反水素のラムシフト分光装置。	26
3.3	反水素のラムシフト分光装置内での電場振幅。	27
3.4	平行平板電極を持つ伝送回路の概略図。	27
3.5	図 3.4 のときのビーム方向の電場振幅。	28
3.6	LAMPF でのミュオニウム微細構造分光実験で用いられたマイクロ波分光装置の模式図。	29
3.7	共振器の横幅と共振周波数の関係。	29
3.8	箱型共振器の例。	30
3.9	図 3.8 のときのビーム方向の電場振幅。	30
3.10	図 3.8 のときのビームに垂直な方向の電場振幅。	31
3.11	本研究で設計した幅を変えることのできる箱型共振器。	31
3.12	電場振幅のモニターのために 400 本の線を引いた図。	32
3.13	電場振幅のモニターのために 400 本の線を引いた図。	32
3.14	ヒートマップの概略図。	33
3.15	ガウシアンビームの概略図。	33
3.16	9978.8 MHz におけるヒートマップ。	34
3.17	9978.8 MHz において粒子が感じる電場振幅のばらつき。	34
3.18	10 240.8 MHz におけるヒートマップ。	34
3.19	10 240.8 MHz において粒子が感じる電場振幅のばらつき。	35
3.20	適さないモードのヒートマップの例。 (a)9531.8 MHz と (b)10069.8MHz。	35
3.21	適さないモードにおいてビームが感じる電場振幅のばらつき。 (a)9531.8 MHz と (b)10069.8MHz。	36
3.22	10 293.2 MHz におけるヒートマップ。	36

3.23 10 293.2 MHz において粒子が感じる電場振幅のばらつき。	37
4.1 11 個の周波数とそれぞれ 10 000 個のミュオニウムについての統計的不確かさを考慮した場合の フィッティング。	40
4.2 一万個の反水素について統計的不確かさを検討した結果。	42
4.3 100 万個の反水素について統計的不確かさを検討した結果。	44
4.4 9928.0 MHz のときの電場分布。	45
4.5 9982.0 MHz におけるマスの幅と平均電場振幅の関係。	46
4.6 図 4.5 から 2 mm、4 mm、6 mm のみ抜き出した図。	46
4.7 一万個のミュオニウムについて統計的不確かさおよび系統的な不確かさを含めてフィッティングし た結果。	50
4.8 一万個の反水素について統計的不確かさおよび系統的な不確かさを検討した結果。	52
A.1 9595.0 MHz のときの電場分布。	55
A.2 9675.4 MHz のときの電場分布。	55
A.3 9718.0 MHz のときの電場分布。	56
A.4 9759.6 MHz のときの電場分布。	56
A.5 9806.8 MHz のときの電場分布。	56
A.6 9831.2 MHz のときの電場分布。	57
A.7 9855.6 MHz のときの電場分布。	57
A.8 9882.2 MHz のときの電場分布。	57
A.9 9896.6 MHz のときの電場分布。	58
A.10 9928.0 MHz のときの電場分布。	58
A.11 9978.8 MHz のときの電場分布。	58
A.12 10 029.6 MHz のときの電場分布。	59
A.13 10 162.2 MHz のときの電場分布。	59
A.14 10 240.8 MHz のときの電場分布。	59
A.15 10 316.2 MHz のときの電場分布。	60

表目次

2.1 反水素およびミュオニウムに対する $2S_{1/2}(F=0) - 2P_{3/2}(F=1)$ 間、 $2S_{1/2}(F=1) - 2P_{3/2}(F=1)$ 間、 $2S_{1/2}(F=1) - 2P_{3/2}(F=2)$ 間の 3 種類の遷移周波数。	16
4.1 計算した周波数。	38
4.2 超微細構造の値。	39
4.3 h_i の値。	39
4.4 計算結果として期待される微細構造の値。	39
4.5 11 個の測定対象の周波数について、一万個ずつのミュオニウムを考えた場合の平均 2S 状態存在確率とその不確かさ。	40
4.6 表 4.6 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。	41
4.7 表 4.6 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングによって得られた値。	41
4.8 一万個の反水素にある周波数をかけたときの平均 2S 状態存在確率と統計的不確かさ。	42
4.9 図 4.2 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。	42
4.10 図 4.2 のデータに対して表 4.9 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。	43
4.11 100 万個の反水素にある周波数をかけたときの平均 2S 状態存在確率と統計的不確かさ。	43
4.12 図 4.3 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。	44
4.13 図 4.3 のデータに対して表 4.12 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。	44
4.14 ミュオニウム測定時の電場振幅の近似による不確かさ。	47
4.15 反水素測定時の電場振幅の近似による不確かさ。	47
4.16 9928.0 MHz のときのビーム中心のぼらつきによる不確かさ。	48
4.17 ミュオニウム測定時のビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさ。	49
4.18 反水素測定時のビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさ。	49
4.19 一万個のミュオニウムにある周波数をかけたときの平均 2S 状態存在確率と系統的な不確かさも含んだ不確かさ。	50
4.20 図 4.7 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。	51
4.21 図 4.7 のデータに対して表 4.20 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。	51
4.22 一万個の反水素にある周波数をかけたときの平均 2S 状態存在確率と系統的な不確かさも含んだ不確かさ。	52
4.23 図 4.8 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。	53
4.24 図 4.8 のデータに対して表 4.23 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。	53

第 1 章 序論

水素原子の精密分光の歴史は、量子力学から相対論的量子力学、量子電磁力学などの発展と重なる。水素原子と同様に符号の異なる電荷をもつ二つの粒子の束縛系である水素様原子の分光も、基本的な理論の発展や検証のみならず、それらを超える新しい物理の探索の対象となっている。

本章ではまず、本研究で対象とするエキゾチックな水素様原子である反水素原子およびミュオニウムを構成する粒子について説明した。反粒子の概念から、具体的に反陽子や陽電子、ミュオンなどについて述べ、その後水素様原子の構造をまとめ、水素原子、反水素原子、そしてミュオニウムの分光について紹介する。最後に本研究の目的を述べる。

1.1 反粒子・反物質

反粒子とは、粒子と対になるもので、質量、寿命、スピンなどの物理量やバリオン数、レプトン数といった量子数の大きさは同じであるが、それらの符号が反対のものである。反粒子は粒子と出会うと対消滅という現象を起こし、エネルギーが放出される。また、対生成と呼ばれる現象により、エネルギーから粒子と反粒子が生まれる。例えば、電子・陽電子対の消滅では、電子や陽電子の質量に対応する 511 keV の γ 線 2 本が放出される。陽子と核子の消滅では複数個のパイ中間子が放出される。

反粒子の存在が実証されたのは 1932 年のことで、宇宙線から電子の反粒子である陽電子が発見された [1]。P. A. M. Dirac が相対論的波動方程式に基づいて反電子の存在を予言する論文を出版した翌年のことであった。

その後、加速器技術の発展にともなって、より重たい反陽子などの反粒子が生成されるに至った。これら反粒子から構成されるのが、反物質である。現在では、反水素原子が生成されるようになっている。また、エキゾチック粒子と電子や陽子などの通常の粒子との束縛系、例えば本研究で対象とする電子と正ミュオンの束縛系であるミュオニウムなども生成され、研究されている。

素粒子物理学の標準模型の前提となる局所場の理論において、荷電共役変換 (C)、パリティ変換 (P)、時間反転 (T) の同時変換の下で物理法則が不変であること、つまり CPT 対称性が証明されている。つまり、粒子と反粒子の入れ替えに対して物理法則は不変であるとされる。

本研究に関連する反粒子として、陽電子、正電荷ミュオン、反陽子について、以下で述べる。

1.1.1 陽電子

陽電子は電子の反粒子である。陽電子は 1932 年、C. D. Anderson によって粒子の飛跡を観測できる霧箱を使って、宇宙線の中から発見された [1]。現在、陽電子を用いる多くの実験においては、放射性同位元素における β^+ 崩壊によるものや加速器による電子との対生成過程を用いて生成されるものを利用している。

1.1.2 正電荷ミュオン

正電荷ミュオンはミュオンの反粒子である。1936 年に、陽電子と同じく宇宙線の中から負電荷ミュオンとともに発見された。正負のミュオンは電子のおよそ 207 倍の $106 \text{ MeV}/c^2$ の質量を持つ。現在、多くの実験においては、加速器からの二次ビームとして生成されるミュオンを利用している。陽電子や次に述べる反陽子は真空中においては寿命は無限であるが、ミュオンは有限の $2.2 \mu\text{s}$ の寿命を持つ。

1.1.3 反陽子

反陽子は陽子の反粒子であり、質量、スピンは陽子と同じ値を持っているが、電荷及び磁気モーメントは逆符号になっている。1955年、アメリカ・カリフォルニア大学バークレーの Bevatron 加速器からの 5.6 GeV の陽子ビームを銅標的に照射することで 60 個程度が初めて生成された [2]。現在でも、二次ビームとしての反陽子は、この最初に反陽子を生成した実験と基本的に同じように、高エネルギーの陽子ビームを標的に照射した際の対生成反応によって得られている。

1.2 反粒子の生成

1.2.1 陽電子の生成

陽電子の生成方法として、放射性同元素のうち β^+ 崩壊をするものから得る方法や、電子加速器を用いてタングステンなどの金属標的に電子・陽電子対生成を起こす方法が挙げられる。本研究で対象とする反水素原子を生成する際に必要となる陽電子ビームは、電子線形加速器で 9 MeV の電子ビームを作りそれをタングステンに照射した際の電子・陽電子対生成過程によって得られる陽電子を引き出したものである。実験では、比較的高エネルギーな陽電子ビームをタングステンや炭化ケイ素などのモデレータを用いて熱化されて出てきた陽電子をさらに減速後、トラップに蓄積して高磁場によるサイクロトロン放射で環境温度まで冷やす。モデレータに用いられるのは陽電子に対して負の仕事関数をもつ物質である。減速の際には、窒素や SF_6 などの分子との衝突でのエネルギー損失を用いる。こうして低エネルギー化した陽電子を短いバンチのビームとして再加速し、シリカ標的に打ち込むことにより生成したポジトロニウムに反陽子ビームをあて、第 1.3 節で紹介する反水素を作る。

1.2.2 正電荷ミュオンの生成

正電荷ミュオンは荷電パイ中間子の崩壊から得ている。

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (1.1)$$

強力なパイ中間子やミュオンの二次ビームを供給しているスイスの PSI (Paul Scherrer Institut) では、陽子ビームをグラファイト標的に照射して荷電パイ中間子を生成している。荷電パイ中間子の寿命はおおよそ 0.26 ns しかなく、ビームのエネルギーが十分高かったり、実験装置までの距離が十分に遠ければ自然と正電荷ミュオンに崩壊する。今回使用を想定している PSI の LEM(Low Energy Muon) ビームラインでは、1 から 30 keV の正電荷ミュオンビームを生成している [3]。

1.2.3 反陽子の生成

第 1.1.3 節で述べたように、反陽子の生成には陽子との対生成反応を用いる。対生成を起こすにはエネルギーを与えることが必要となるが、現在世界で唯一低エネルギー反陽子ビームを供給している CERN(欧州原子核研究機構) ではシンクロトロンからの 26 GeV/c の陽子ビームをイリジウム標的に衝突させ、

$$p + N \rightarrow p + N + p + \bar{p} \quad (1.2)$$

という反応を用いて反陽子を得ている。ここで、N は核子を表している。こうして生成された反陽子は GeV の程度の高い運動エネルギーを持つため、反水素原子分光など原子物理実験の対象として扱えるようにエネルギーを下げる必要がある。

1.2.3.1 反陽子減速器 AD

反陽子減速器 (Antiproton Decelerator, AD) [4] とは CERN にある装置である。

反陽子を原子物理的な研究に使用するには、低速、つまり低エネルギーにする必要がある。そのための減速器が AD である。AD では反陽子を減速空洞で減速しつつ確率冷却や電子冷却の手法によって、約 3000 万個を 100 秒に一度、エネルギーが 5.3 MeV、パルス幅が 150 ns 程度の低速ビームとして下流の ELENA (第 1.2.3.2 節参照) に送られる。

1.2.3.2 低速反陽子蓄積リング ELENA

ELENA(Extra Low ENergy Antiproton ring)[5] は AD からの反陽子ビームを、高周波空洞による減速と電子冷却を用いてさらに低速なビームとするために、新たに開発された減速器である。ELENA が完成する以前は、AD から得られる 5.3 MeV の反陽子ビームを金属膜を透過させることなどによって減速していたため、この過程で反陽子の 99%が失われていた。ELENA の導入により反陽子を高効率でトラップし冷却できるようになっただけでなく、ビームを 4 つのバンチに分割することで、同時に 4 つの異なる実験に反陽子ビームを供給できるようになった。

このように低速にした反陽子ビームを用いている実験には、反陽子単独を閉じ込め精密測定する BASE 実験、反陽子と不安定核の反応をみる PUMA 実験、それぞれの手法により生成した反水素や反陽子原子の分光学的性質を調べたり反水素の重力加速度を測定する ALPHA 実験、ASACUSA 実験、AEGIS 実験、GBAR 実験が存在する。ELENA から各実験への輸送ラインを図 1.1 に模式的に示す。GBAR 実験で行っている反水素の合成に関しては、1.4 で議論する。

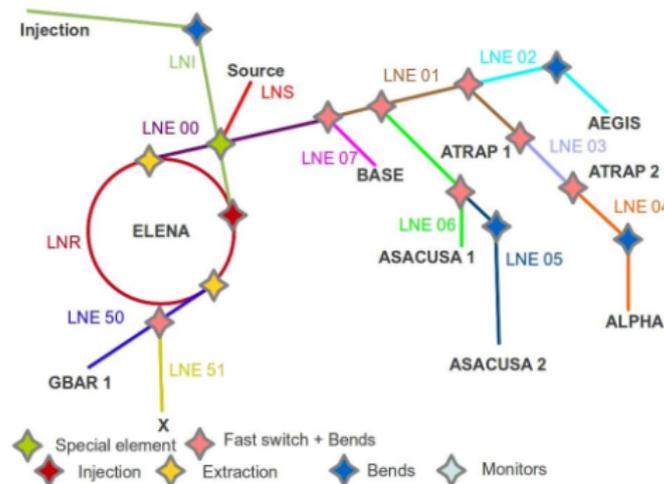


図 1.1 ELENA と各実験への transfer line の模式的な図。

1.3 反水素

反水素は陽子の反粒子である反陽子と陽電子からなる反物質である。水素の反物質であり、水素と同様にもっとも単純な中性原子の一つである。寿命は真空中であれば無限であると考えられる。1996 年、CERN の Low Energy Antiproton Ring (LEAR) で初めて反水素原子の生成に成功したと報告された [6]。このときに生成された反水素は、人類が初めて生成した反物質であった。しかし、その時の反水素原子はおよそ 1.9 GeV/c の運動量をもち、相対論的速度で飛んでおり、精密測定は困難であった。第 1.4 節では、本研究で対象とする反水素原子を得る計画について述べる。

1.4 GBAR 実験

GBAR (Gravitational Behaviour of Antihydrogen at Rest) 実験 [7][8] とは、反水素を自由落下させてその重力加速度を測定し、物質と反物質の間に働く重力について調べる実験である。物質と反物質に働く重力を調べることで、重力以外の力が働かないとき、重力を受けた物体の落下運動は物質の種類によらない、という弱い等価原理を検証することができる。反水素を実験対象とする利点は、電氣的に中性であること、寿命が電子と陽電子の束縛状態であるポジトロニウムなどと比べて長いことである。GBAR 実験では反水素に働く重力加速度を 1% の精度で測定することを当面の目標としている。

GBAR 実験では、反水素を得るために、以下の式に表される反陽子や反水素原子とポジトロニウムとの連続する荷電交換反応によって反水素イオンを生成する。



このように反水素イオンを生成することによって、高周波トラップ内でベリリウムイオンと共同冷却が可能となる。その後、光脱離で余分な陽電子を除き、中性の反水素原子とする。すると、この反水素原子は地球の重力を受けて「自由落下」する。この「自由落下」するという表現だが、実際に測定するまで重力から受ける加速度の符号すらわかっていないことから、ここではこのような表現を用いている。

なお、GBAR 実験では 6 keV の反陽子ビームをポジトロニウムに打ち込む。そのため上記の荷電交換反応のうち一段目の反応で 6 keV の 2S 状態反水素原子が十分にできると予想されている。本研究では、この GBAR 実験において生成される 2S 状態反水素原子ビームを用いて分光する計画である。

1.5 ミュオニウム

ミュオニウムとは負の電荷を持つミュオンの反粒子である正電荷ミュオンと電子の束縛状態であり、反水素同様、水素様原子といえる。寿命はミュオンと同じ $2.2\mu\text{s}$ である [9]。

1.5.1 ミュオニウムの生成方法

ミュオニウムは、ミュオンを Al などの金属フォイルに入射することにより、一部のミュオンが電子を獲得するという方法やガス標的に打ち込む方法などで生成される。

本研究では 2S 状態のミュオニウムビームを用いることを想定しており、図 1.2 に表すように、ミュオンビームをカーボンフォイルに通すという方法で得られる [10]。実際にこの手法においてミュオニウムの 2S 状態が含まれることがわかっている。

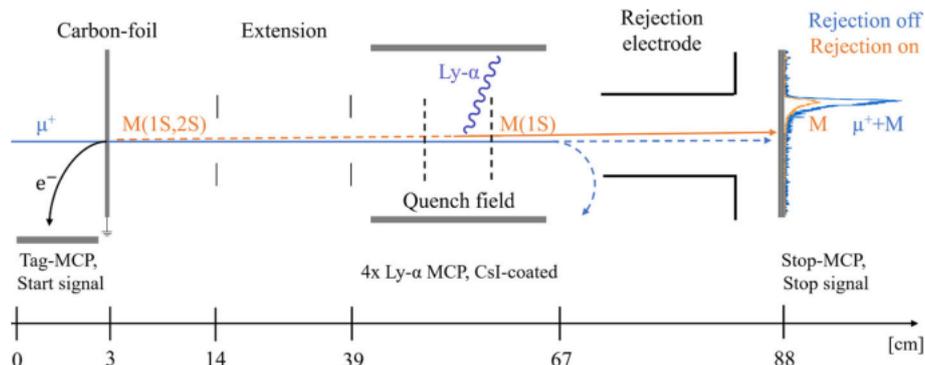


図 1.2 ミュオニウムビーム生成の模式図。

ミュオニウムはポジトロニウムと同じく荷電レプトンのみで構成される系であり、大きさを持つハドロン
の寄与がない。ポジトロニウムは寿命が長いオルソ状態でも寿命が 142ns しかない一方で、ミュオニウムは
2.2μs と長い。主にこのことによって、ミュオニウムは実験と理論の両方が ppb の精度で知られており、束
縛系量子電磁力学をポジトロニウムの場合よりもおよそ 1000 倍高い精度で検証可能な水素様原子である
といえる。

1.6 水素様原子の構造

水素原子は陽子と電子の二体の束縛系で、その単純さから量子力学の草創期から盛んに研究がなされてい
る。ここで議論するのは、陽子を正ミュオンで、あるいは電子を陽電子で置き換えた水素様のエキゾチック
原子であるミュオニウムや反水素である。

これらの原子のエネルギー準位を記述する単純な模型として、ボーア模型が挙げられる。シュレディン
ガー方程式から導出されるボーア模型のエネルギー固有値は以下のように表せる。

$$E_n = -\frac{M_R}{2\hbar^2} \frac{e^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{1}{n^2} \quad (1.5)$$

なお、自然数 n は主量子数、 M_R は換算質量である。だが、原子のエネルギー準位は、ボーア模型で描写さ
れていた準位と比べ実際はより分裂している。その分裂に対応する構造として、図 1.3 に示すように微細構
造、ラムシフト、超微細構造と呼ばれるものがある。

1.6.1 微細構造

まず、微細構造とは、スピン軌道相互作用によって生じる $2P_{3/2}$ と $2S_{1/2}$ 、 $2P_{1/2}$ の間のエネルギー差の
ことである。(反) 水素原子やミュオニウムでは、 $2S_{1/2}$ 、 $2P_{1/2}$ にはエネルギー差はない。ここで状態を表
す頭の数字は角運動量子数、S や P などの英字は軌道角運動量子数がそれぞれ 0 のときと 1 のときを
表しており、英字の後の数字はスピン量子数を表している。微細構造分裂は(陽) 電子の角運動量演算子
 $J = S + L$ によるものである。

1.6.2 ラムシフト

次に、ラムシフトとは量子電磁力学 (QED) の効果によってエネルギーがシフトすることである。この結
果 $2S_{1/2}$ と $2P_{1/2}$ の間にもエネルギー差が生じる。ラムシフトは 1947 年 W. E. Lamb と R. C. Retherford に
よる水素原子線のマイクロ波共鳴実験において観測された [11]。具体的には水素原子の $2S_{1/2}$ 準位と $2P_{1/2}$
準位の間に約 1.05 GHz のエネルギー差が発見されたのである。Dirac の相対論的量子力学では説明のつか
ないこのエネルギー差は、Lamb らの実験の 1 ヶ月後、H. A. Bethe の水素原子中の電子の自己相互作用と自由

電子の自己相互作用の差分を考慮した理論によってその基本的な原理が説明された [12]。これを元に繰り込み理論が提唱され、朝永振一郎、R. P. Feynman、J. Schwinger らによって量子電磁力学 (QED) の完成に至った。

1.6.3 超微細構造

核スピンを持つ原子核は、磁気モーメントや電気四重極モーメントを持つ。それらのモーメントと、原子核の周りの電子の磁気モーメントの相互作用の結果として超微細構造が現れる。 I を核スピンの量子数とし、電子の軌道角運動量量子数 J によって、原子の全角運動量 $F = J + I$ が定義される。図 1.3 のように、この量子数 F に応じた準位の分裂がみられる。

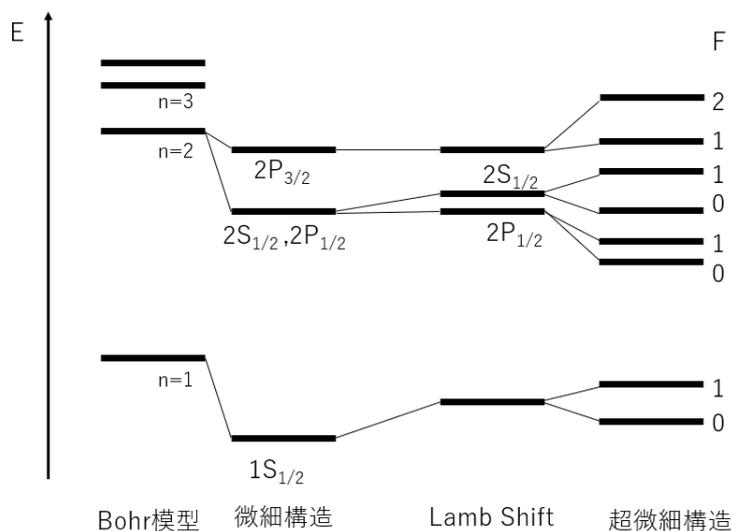


図 1.3 水素様原子のエネルギー準位の模式図。

1.7 水素様原子の分光実験の現状

水素原子では、様々なレーザー分光の手法で高精度な測定がなされている。特に 1S-2P 状態間の二光子分光では 15 桁の測定精度が達成されている [13]。本研究に関する微細構造については、1993 年にラムゼー法を用いたマイクロ波分光によって、

$$\nu_{FS} = 9911.200(12) \text{ MHz} \quad (1.2 \text{ ppm}) \quad (1.6)$$

という結果が得られている [14]。ラムシフトについては、マイクロ波による直接測定で、2019 年には、

$$\nu_{Lamb} = 1057.8298(32) \text{ MHz} \quad (3.03 \text{ ppm}) \quad (1.7)$$

が得られている [15]。

反水素原子については、ALPHA 実験によって、全て高磁場環境下であるが、1S-2S[16] が

$$\nu_{1S-2S} = 2\,466\,061\,103\,079.4(54) \text{ kHz}. \quad (1.8)$$

基底状態超微細構造 [17] は、

$$\nu_{HFS} = 1420.4(5) \text{ MHz} \quad (352 \text{ ppm}). \quad (1.9)$$

微細構造 [18] は、

$$\nu_{FS} = 10.88(19) \text{ GHz} \quad (17463 \text{ ppm}). \quad (1.10)$$

ラムシフトは微細構造の分光からの導出で、

$$\nu_{Lamb} = 0.99(11) \text{ GHz} \quad (111111 \text{ ppm}) \quad (1.11)$$

となっている。

ミュオニウムに関して行われた 2S-2P 微細構造分光で精度がいいものは 1990 年 Los Alamos Meson Physics Facility (LAMPF) で行われた実験 [19] が挙げられる。その結果、ミュオニウムの微細構造は

$$\nu_{FS} = 9895^{+35}_{-30} \text{ MHz} \quad (3537 \text{ ppm}) \quad (1.12)$$

と見積もられた。また、ラムシフトは微細構造の分光からの導出で、

$$\nu_{Lamb} = 1027^{+30}_{-35} \text{ MHz} \quad (29211 \text{ ppm}) \quad (1.13)$$

となっている。

ミュオニウムの 1S 超微細構造間のエネルギー準位差の実験値 ν_{1S}^{exp} と理論値 ν_{1S}^{th} は以下ようになる。

$$\nu_{1S}^{exp} = 4.463\,302\,776(51) \text{ GHz} \quad (11 \text{ ppb}) \quad (1.14)$$

$$\nu_{1S}^{th} = 4.463\,302\,868(271) \text{ GHz} \quad (61 \text{ ppb}) \quad (1.15)$$

1.8 本研究の目的

本研究では反水素原子及びミュオニウムの 2S-2P 間の微細構造遷移を分光するための装置を開発する。この微細構造分光の目的は、反水素については反陽子荷電半径および CPT 対称性の検証、ミュオニウムについては QED の検証と新物理の探索である。微細構造分光によってラムシフトを求めることができる。

本研究では、高周波に対応する 3 次元電磁場シミュレーションソフトと自作の計算コードを用い、微細構造を従来の分光装置より良い精度で測定できる装置の形状の検討、およびその装置を用いた際に得られる周波数の精度を見積った。

1.8.1 反陽子の荷電半径

陽子内の電荷の分布は、式 1.16 にある荷電分布関数 $\rho(\mathbf{r})$ の二次モーメントの平方根で定義され、陽子荷電半径と呼ばれている。これは、陽子の大きさに相当する。

$$\langle r^2 \rangle = \int r^2 \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (1.16)$$

陽子荷電半径の測定方法には電子散乱や原子分光によるものなどがあり、様々なグループにより実験が行われた。2000 年代以前に行われた実験は主に電子散乱実験及び水素原子の分光実験であり、平均して 0.8751(61) fm の値が得られていた。一方で 2010 年に行われたミュオン水素原子（陽子とミュオンの束縛状態）のラムシフト分光実験により報告された値は 0.84087(39) fm であり [20]、以前の実験で報告された値の平均とは約 4σ 小さい値であった。ミュオンは電子の約 207 倍の質量をもつため s 状態の波動関数は、より陽子の近傍に分布する。よって、より高精度に陽子荷電半径が測定されるはずである。この報告をきっかけとして、水素原子における追加実験や過去の実験結果の再解析が行われることとなった。

図 1.4 に 2010 年以降に実験、または再解析された値を従来の値とともに示す。従来の結果と矛盾しないものも、ミュオン水素原子の結果を支持する結果もあり、現在でも陽子荷電半径問題として活発に議論されている。

本研究では水素原子の測定でも用いられた微細構造分光という手法によって、反水素原子の分光を行い、反陽子の荷電半径を測定するための分光装置を設計する。

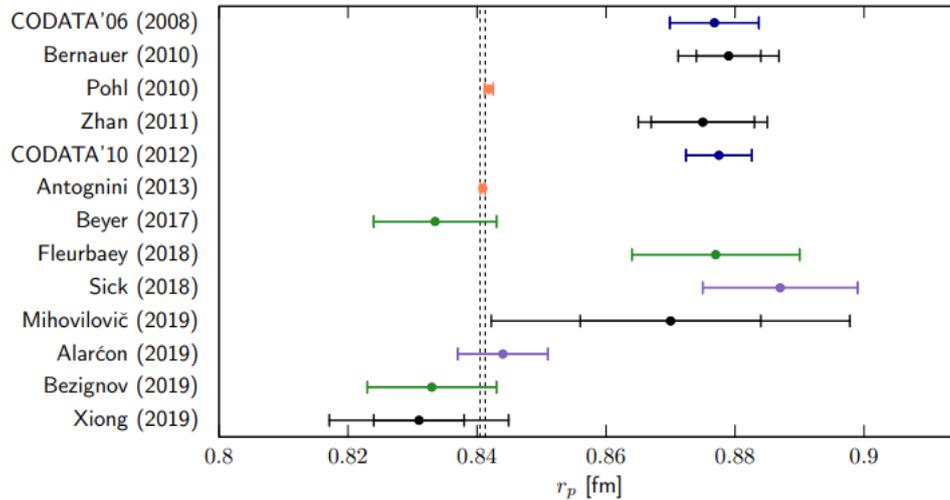


図 1.4 陽子の荷電半径に関する報告。

1.8.2 QED の検証

量子電磁力学 (QED) とは、電荷をもつ粒子間では光子をやり取りすることで、電磁相互作用が働くとする場の理論である。相対論的量子力学では理解できない様々な現象を説明することに成功している。

ハドロンを含む反水素原子と違って、純粋なレプトンの系であるミュオニウムは、この QED の検証のまたとない対象である。ミュオニウムのラムシフトの実験値 ν_{Lamb}^{exp} [22]、QED 計算理論値 ν_{Lamb}^{th} は以下のようになる。

$$\nu_{Lamb}^{exp} = 1042_{-23}^{+21} \text{ MHz } (22072ppm) \quad (1.17)$$

$$\nu_{Lamb}^{th} = 1047.490(300) \text{ MHz } (286ppm) \quad (1.18)$$

これからわかるように実験値は理論値より二桁精度が悪く、実験の精度を改善することでラムシフトによる QED の検証精度を上げることができる。

また、ラムシフトの精度を上げていくことで、dark sector[23] や new muonic force[24]、hidden dimension[25] など、提案されている新しい物理の探索につながる事が期待される。

1.8.3 CPT 対称性の検討

第 1.1 節で紹介したように、物質と反物質の対称性は CPT 定理によって保証されている。その一方で、ビッグバン宇宙論においては、当初粒子と反粒子は同じだけ生成されたはずにもかかわらず、現在の宇宙においては粒子で構成される物質が優勢である事実がある。このこと説明するため、近年、標準模型を超える理論模型であれば、CPT 対称性は必ずしも自明とは言えないという考えから、CPT 対称性の破れについての議論も行われている。それらの理論模型のうち、拡張標準模型 (Standard Model Extension) と呼ばれる模型は、CPT 対称性の破れを標準模型の Lagrangian に組み込んだものである。

反水素やミュオニウムの微細構造分光によって、ラムシフトを求めると、拡張標準模型のうち、荷電半径に敏感とされる項に制限をかけられる。ミュオニウム（ミュオン）の場合は以下の項に効いてくる [26]。

$$2\pi\delta\nu_{Lamb} = -\frac{2}{3}(\alpha m_\tau)^4 (\hat{a}_4^{NR} + \hat{c}_4^{NR}) \quad (1.19)$$

また、反水素原子では同様に以下の項に効くとされる [27]。

$$2\pi\delta\bar{\nu}_{Lamb} = -\frac{2}{3}(\alpha m_\tau)^4 \sum_w (\hat{a}_{w,4}^{NR} + \hat{c}_{w,4}^{NR}) \quad (1.20)$$

将来の高精度分光によって、これらの CPT を破る寄与の大きさについて制限を与えられると期待される。

第 2 章 微細構造分光

本章では、まず反水素およびミュオニウムの微細構造分光の測定方法について述べ、後に $2S_{1/2}$ - $2P_{3/2}$ 間の遷移確率の計算手法について説明する。

2.1 微細構造の直接測定の原理

励起状態つまり、 $2S$ 状態にある原子に $2P_{3/2}$ へのエネルギー差に相当する電磁波を照射すると、 $2P_{3/2}$ 状態へ遷移する。 0.12s の寿命を持つ準安定な $2S$ 状態と比べ、 $2P$ 状態の寿命は 1.6ns と非常に短い。そのため $2P$ 状態は直ちに $1S$ 状態に脱励起する。一方で、電磁波を照射しても遷移しなかった $2S$ 状態の粒子は、強い電場を印加すると $2P$ 状態とシュタルク混合を起こし $1S$ 状態に脱励起する。その際発する真空紫外光 (Lyman- α 光) の強度を測ることで $2S$ 状態の存在確率を調べることができる。

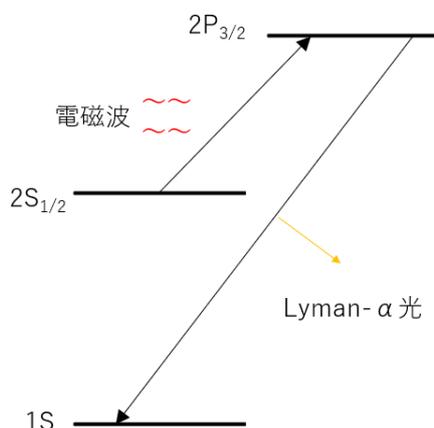


図 2.1 $2S_{1/2}$ から $2P_{3/2}$ への励起と $2P_{3/2}$ から $1S$ への脱励起の模式図。

2.2 原子線による微細構造のマイクロ波分光

本研究では、反水素もミュオニウムもともに励起状態 ($2S$ 状態) のビームとし、それにマイクロ波をかけて分光する。

$2S_{1/2}$ 状態が多く含まれるビームに、図 2.2 に示す MW region においてマイクロ波印加装置を用いて高周波をかける。この高周波の周波数がエネルギー準位差に相当するとき、(b) のように MW region で $2S_{1/2}$ 状態から $2P_{3/2}$ 状態に励起する。この $2P_{3/2}$ 状態は、 1.6ns と $2S_{1/2}$ 状態よりはるかに寿命が短く、MW region の中で脱励起する。

一方、(a) に示すように MW region 内で $2P$ 状態に遷移しなかった場合、 $2S_{1/2}$ 状態のまま、図に示す $2S$ detector の領域に入る。すると、そこにかけられた強い電場によって $2P$ 状態と混合して直ちに基底状態に落ちる。このとき放出される Lyman- α 光をこの領域で検知する。その強度から、マイクロ波印加後の $2S_{1/2}$ と $2P_{3/2}$ の存在確率を知ることができる。周波数を掃引しながら光検出器で検出された光の強度の変化を記録し、スペクトルを得る。

本研究では、この中で MW region に相当するマイクロ波空洞共振器を設計した。

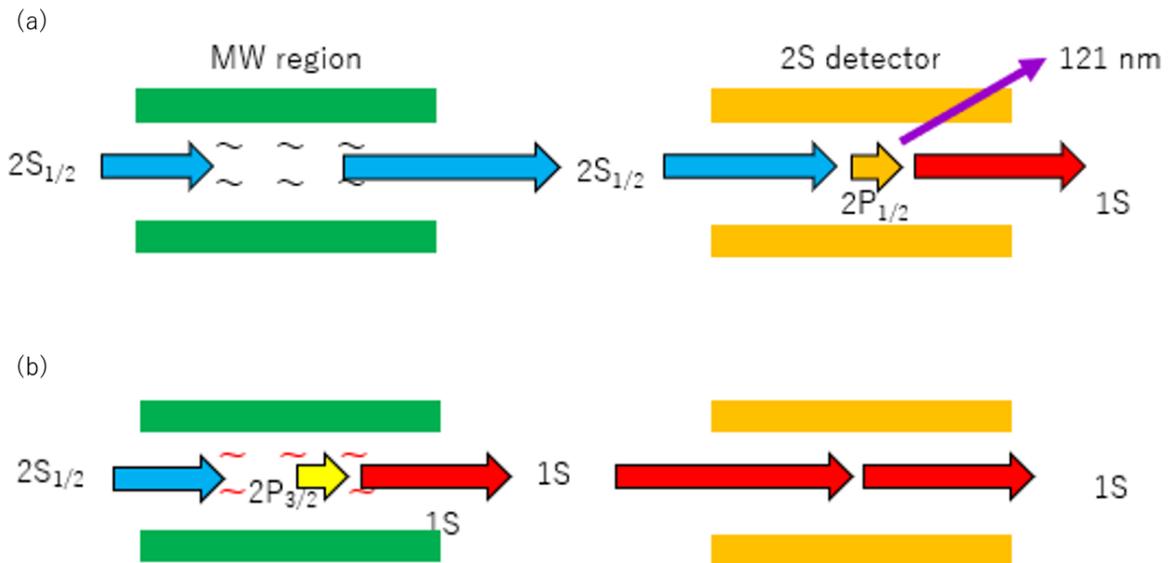


図 2.2 原子線による微細構造のマイクロ波分光の概要。
 (a) MW region で遷移が起きなかった場合。(b) MW region で遷移が起こった場合。

2.2.1 超微細構造を含む $n = 2$ 微細構造

反水素原子やミュオニウムの $2S_{1/2}$ や $2P_{3/2}$ 状態も水素原子と同じ超微細構造がある。図 2.3 や図 2.4 に示されるように磁場のない環境では $2S_{1/2}$ の $F = 0$ の量子数であらわされる状態には $m_F = 0$ の 1 つが、 $F = 1$ では $m_F = -1, 0, 1$ の 3 つの状態が縮退しており、 $2P_{3/2}$ は $F = 1$ に $m_F = -1, 0, 1$ の 3 状態、 $F = 2$ に $m_F = -2, -1, 0, 1, 2$ の 5 つの状態が縮退している。水素原子については $2S_{1/2}$ 準位超微細構造間の遷移周波数として 177.556 834 3(67) MHz [28] や 177.556 785(29) MHz [29] という測定値があり、 $2P_{3/2}$ 準位超微細構造間の遷移周波数には 23.651 600(240) MHz という理論値 [30] などが報告されている。これら $2S_{1/2}$ 準位と $2P_{3/2}$ 準位の超微細構造を考慮すると、磁場の影響の無視できる環境における直線偏光マイクロ波による $2S$ - $2P$ 微細構造遷移には、図 2.3 や図 2.4 で矢印で示したように、 $2S_{1/2}(F = 0) - 2P_{3/2}(F = 1)$ 間、 $2S_{1/2}(F = 1) - 2P_{3/2}(F = 1)$ 間、 $2S_{1/2}(F = 1) - 2P_{3/2}(F = 2)$ 間の 3 種類が存在することが分かる。これら 3 種類の遷移周波数が、反水素やミュオニウムのそれぞれに対し計算をもとにおおよそどのような値をとるかを表 2.1 に示す。なお、反水素の値は水素についての文献 [31] を用いた。

表 2.1 反水素およびミュオニウムに対する $2S_{1/2}(F = 0) - 2P_{3/2}(F = 1)$ 間、 $2S_{1/2}(F = 1) - 2P_{3/2}(F = 1)$ 間、 $2S_{1/2}(F = 1) - 2P_{3/2}(F = 2)$ 間の 3 種類の遷移周波数。

	$2S_{1/2}(F = 0) - 2P_{3/2}(F = 1)$ 遷移	$2S_{1/2}(F = 1) - 2P_{3/2}(F = 1)$ 遷移	$2S_{1/2}(F = 1) - 2P_{3/2}(F = 2)$ 遷移
反水素	10 028 MHz	9850 MHz	9874 MHz
ミュオニウム	10 246 MHz	9688 MHz	9762 MHz

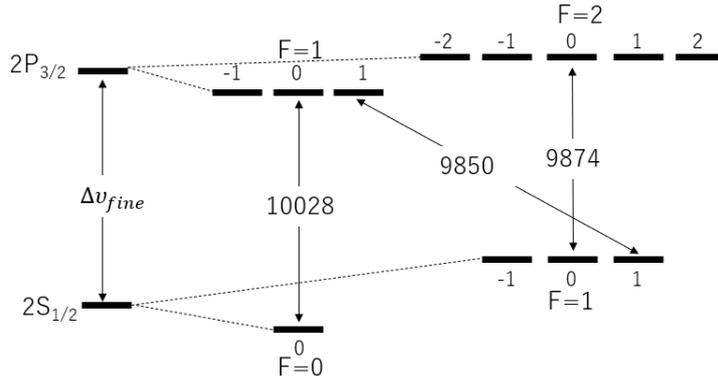


図 2.3 反水素のエネルギー準位と微細構造の模式図。

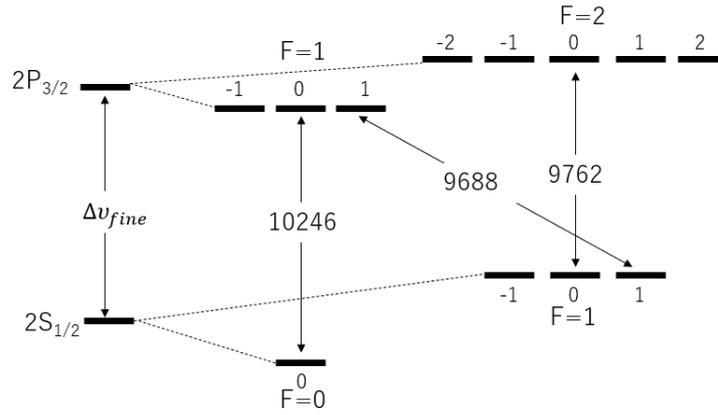


図 2.4 ミュオニウムのエネルギー準位と微細構造の模式図。

また、超微細構造を考慮した 3 つの微細構造間遷移に対応するエネルギー差 $E_{2S_{1/2}(F=0)-2P_{3/2}(F=1)}$ 、 $E_{2S_{1/2}(F=1)-2P_{3/2}(F=1)}$ 、 $E_{2S_{1/2}(F=1)-2P_{3/2}(F=2)}$ と微細構造 ΔE_{fine} との関係式は次の 3 式で与えられる [32]。

$$E_{2S_{1/2}(F=0)-2P_{3/2}(F=1)} = \Delta E_{fine} + \frac{3}{4}\Delta E_{HFS,2S_{1/2}} - \frac{5}{8}\Delta E_{HFS,2P_{3/2}} \quad (2.1)$$

$$E_{2S_{1/2}(F=1)-2P_{3/2}(F=1)} = \Delta E_{fine} - \frac{1}{4}\Delta E_{HFS,2S_{1/2}} - \frac{5}{8}\Delta E_{HFS,2P_{3/2}} \quad (2.2)$$

$$E_{2S_{1/2}(F=1)-2P_{3/2}(F=2)} = \Delta E_{fine} - \frac{1}{4}\Delta E_{HFS,2S_{1/2}} + \frac{3}{8}\Delta E_{HFS,2P_{3/2}} \quad (2.3)$$

なお、 $\Delta E_{HFS,2S_{1/2}}$ は $2S_{1/2}$ 状態の超微細構造、 $\Delta E_{HFS,2P_{3/2}}$ は $2P_{3/2}$ 状態の超微細構造である。

2.3 $2S_{1/2}$ - $2P_{3/2}$ 間の遷移確率とスペクトル

2.3.1 超微細構造副準位の存在確率の時間発展計算

選択則を考慮すると、図 2.5 に示したように $2S$ - $2P$ 間微細構造遷移には計 12 個の超微細構造副準位のうち $2S_{00}$ 、 $2S_{1-1}$ 、 $2S_{10}$ 、 $2S_{11}$ 、 $2P_{1-1}$ 、 $2P_{10}$ 、 $2P_{11}$ 、 $2P_{2-2}$ 、 $2P_{2-1}$ 、 $2P_{20}$ 、 $2P_{21}$ 、 $2P_{22}$ の計 10 個の副準位が関与する。ここで、 S および P 状態それぞれの副準位について、2 つの添え字のうち、1 つ目は J と I の合成角運動量 F 、2 つ目は磁気量子数 m_F を表している。これらの固有関数は、原子核からのクーロン相互作用の

みによる以下のハミルトニアン

$$\mathcal{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (2.4)$$

にスピン軌道相互作用および超微細相互作用を取り入れた以下のハミルトニアン

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + a(0)\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + \epsilon_J \mathbf{J} \cdot \mathbf{I} \quad (2.5)$$

の基底関数系を成す。 \mathbf{L} は電子の軌道角運動量、 \mathbf{S} は電子のスピン角運動量、 \mathbf{J} は電子の軌道合成角運動量、 \mathbf{I} は陽子のスピン角運動量である。この式にマイクロ波による振動電場を半古典近似で双極子相互作用まで取り入れたものが以下のハミルトニアンである。

$$\mathcal{H}_{\text{hyperfine}}(t) = \mathcal{H} + \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{E}_0(t) \cos(\omega t + \phi) \quad (2.6)$$

以下のシュレディンガー方程式を用いて、式 2.6 に表される各 2S 状態及び 2P 状態固有関数の確率係数の時間発展を計算する。

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(t) = \mathcal{H}(t) \Psi(t) \quad (2.7)$$

ここで、状態 $\Psi(t)$ が 2S-2P 間微細構造遷移に関与する計 10 個の超微細構造副準位の固有関数を完全規格直行系とした線形結合で十分表されるとすると、それぞれの固有関数の存在確率係数 $s_{00}(t)$ 、 $s_{1-1}(t)$ 、 $s_{10}(t)$ 、 $s_{11}(t)$ 、 $p_{1-1}(t)$ 、 $p_{10}(t)$ 、 $p_{11}(t)$ 、 $p_{2-2}(t)$ 、 $p_{2-1}(t)$ 、 $p_{20}(t)$ 、 $p_{21}(t)$ 、 $p_{22}(t)$ によって以下のように表される。

$$\Psi(t) = \begin{pmatrix} p_{1-1}(t) \\ p_{10}(t) \\ p_{11}(t) \\ s_{00}(t) \\ s_{1-1}(t) \\ s_{10}(t) \\ s_{11}(t) \\ p_{2-1}(t) \\ p_{20}(t) \\ p_{21}(t) \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

また、これらのエネルギー固有値 $E_{S_{00}}$ 、 $E_{S_{1-1}}$ 、 $E_{S_{10}}$ 、 $E_{S_{11}}$ 、 $E_{P_{1-1}}$ 、 $E_{P_{10}}$ 、 $E_{P_{11}}$ 、 $E_{P_{2-2}}$ 、 $E_{P_{2-1}}$ 、 $E_{P_{20}}$ 、 $E_{P_{21}}$ 、 $E_{P_{22}}$ は $2S_{1/2}(F=0)$ 準位を基準として以下のように表すことができる。

$$E_{P_{1-1}} = \hbar\Delta_\alpha \quad (2.9)$$

$$E_{P_{10}} = \hbar\Delta_\alpha \quad (2.10)$$

$$E_{P_{11}} = \hbar\Delta_\alpha \quad (2.11)$$

$$E_{S_{00}} = 0 \quad (2.12)$$

$$E_{S_{1-1}} = \hbar\Delta E_{2S}^{HFS} \quad (2.13)$$

$$E_{S_{10}} = \hbar\Delta E_{2S}^{HFS} \quad (2.14)$$

$$E_{S_{11}} = \hbar\Delta E_{2S}^{HFS} \quad (2.15)$$

$$E_{P_{2-1}} = \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{HFS}) \quad (2.16)$$

$$E_{P_{20}} = \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{HFS}) \quad (2.17)$$

$$E_{P_{21}} = \hbar(\Delta_\alpha + \Delta E_{2P}^{HFS}) \quad (2.18)$$

ここで、 Δ_α 、 ΔE_{2S}^{HFS} 、 ΔE_{2P}^{HFS} はそれぞれ $2S_{1/2}$ の $F=0$ から $2P_{3/2}$ の $F=1$ への遷移に相当するエネルギー差、 $2S_{1/2}$ の超微細構造および $2P_{3/2}$ の超微細構造に相当するエネルギーである。これらは式 2.6 の対角要素である。なお、 $2P_{3/2}$ 状態の寿命は $2S_{1/2}$ 状態の寿命よりはるかに短いため、寿命による減衰項を加えた。

一方で非対角要素は、振動電場との双極子相互作用によるものである。

振動電場との双極子相互作用は式 2.4 の固有関数で積分することで、式 2.6 行列の右上ブロック非対角成分 V_{SP} は以下のように計算できる。

$$V_{SP} = \langle S_{F,m_F} | q\mathbf{r} \cdot E \cos \omega t | P_{F',m'_F} \rangle \quad (2.19)$$

$$= q \cos \omega t \langle S_{F,m_F} | xE_x + yE_y + zE_z | P_{F',m'_F} \rangle \quad (2.20)$$

$$= q \cos \omega t \int_V \Phi_{*200} (xE_x + yE_y + zE_z) \frac{1}{\sqrt{3}} (\Phi_{21-1} + \Phi_{210} + \Phi_{211}) dr \quad (2.21)$$

$$= \frac{3aq \cos \omega t}{\sqrt{3}} (-\sqrt{2}iE_y + E_z) \quad (2.22)$$

ここで、 Φ_{nlm} は式 2.4 の固有関数である。また、 $2P_{3/2}$ 状態の任意の超微細構造副準位は外部磁場による偏極が無いとすると、 $2S_{1/2}$ 状態からの遷移に関与する、磁気量子数 $m_F = -1, 0, 1$ で指定される 3 つの固有関数の均等な重ね合わせ状態で表せると仮定した。また、左下ブロックの非対角成分 V_{PS} も以下のように計算される。

$$V_{PS} = \langle P_{F,m_F} | q\mathbf{r} \cdot E \cos \omega t | S_{F',m'_F} \rangle \quad (2.23)$$

$$= \frac{3aq \cos \omega t}{\sqrt{3}} (\sqrt{2}iE_y + E_z) \quad (2.24)$$

ハミルトニアンのエルミート性から、式 2.19 と式 2.23 の計算結果は複素共役の関係となっている。スピン軌道相互作用項の固有関数、超微細相互作用項の固有関数による寄与は選択則として現れる。よって、式 2.6 は式 2.26 のように書くことができる。

この V_{SP} や V_{PS} にかかってくる係数は、遷移の強度に関わってくる値であり、この値は、軌道角運動量 L 、(陽) 電子のスピン角運動量 S 、それらの合成角運動量 J 、核スピン角運動量 I 、原子の合成角運動量 F 、磁気量子数 M_F 、 M_F の差分 q を用いて次のように書くことができる [33]。なおアポストロフィは遷移後を表す。

$$\begin{aligned} \mu_{eg} = e(-1)^{1+L'+S+J'+I-M'_F} \langle \alpha' L' | r | \alpha L \rangle \times \sqrt{(2J+1)(2J'+1)(2F+1)(2F'+1)} \\ \times \begin{Bmatrix} L' & J' & S \\ J & L & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} J' & F' & I \\ F & J & 1 \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} F & 1 & F' \\ M_F & q & -M'_F \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.25)$$

ここで、それぞれの括弧はウィグナーの 3j 記号、6j 記号である。これらを計算した結果、式 2.26 に表したような係数をとることがわかる。また、これらの係数を二乗し、一番弱いものを 1 とした場合の各準位の遷移の相対的な強度を書き込んだものが図 2.5 である。

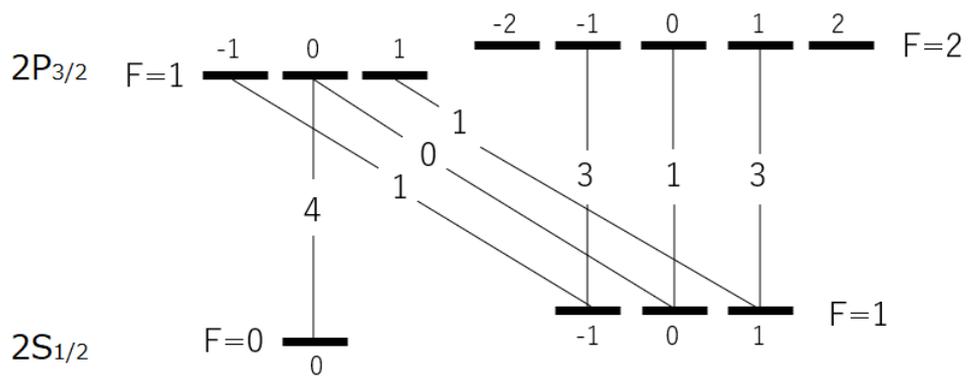


図 2.5 $2S_{1/2} - 2P_{3/2}$ 間の遷移の相対強度の模式図。

今後予定している実験では、マイクロ波印加装置の下流に置く光検出器で検出する $2P_{3/2}$ 状態が脱励起したことによる光の強度が $2S_{1/2}$ の存在確率に比例することから、 $2S_{1/2}$ 状態の存在確率である $s_{00}(t), s_{1-1}(t), s_{10}(t), s_{11}(t)$ を数値計算して求めた。

ここでは、初期時刻 t_{init} においては $2S_{1/2}$ の各超微細構造副準位の存在確率は等しく位相差もないと仮定して、各存在確率係数の初期条件を以下のように仮定した。

$$s_{00}(t_{init}) = s_{1-1}(t_{init}) = s_{10}(t_{init}) = s_{11}(t_{init}) = \sqrt{\frac{(1+0i)}{4}} \quad (2.27)$$

最終時刻 t_{fin} における各準位の存在確率の総和 P_{2S} は以下ようになる。

$$P_{2S} \equiv |s_{00}(t_{fin})|^2 + |s_{1-1}(t_{fin})|^2 + |s_{10}(t_{fin})|^2 + |s_{11}(t_{fin})|^2 \quad (2.28)$$

これは、図 2.2 に示した MW region を通過した後の水素原子が $2S_{1/2}$ 状態にある確率である。 P_{2S} を、印加周波数を変化させながら計算することにより、 $2S$ 状態存在確率のスペクトルを得ることができる。

例として、空間的に一様な振動電場下での相互作用によるスペクトルを計算した結果を図 2.6 と図 2.7 に示す。ビーム方向の MW region の長さは 122.4 mm、ビームのエネルギーは 6 keV とした。

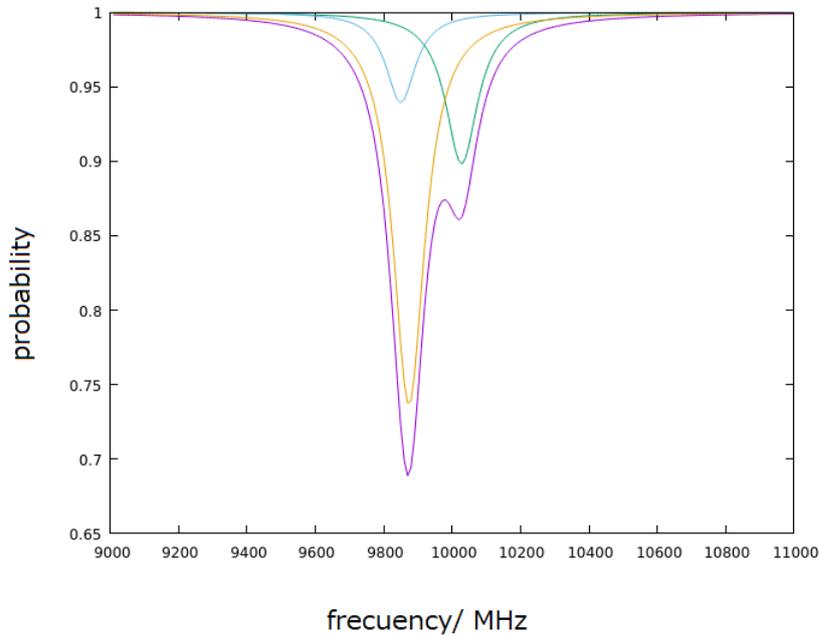


図 2.6 量子化軸方向に一様な振幅 $E_z = 11.6 \text{ Vcm}^{-1}$ を持つ振動電場と一定時間相互作用した後の、反水素の $2S$ 状態各超微細準位の存在確率およびその和。

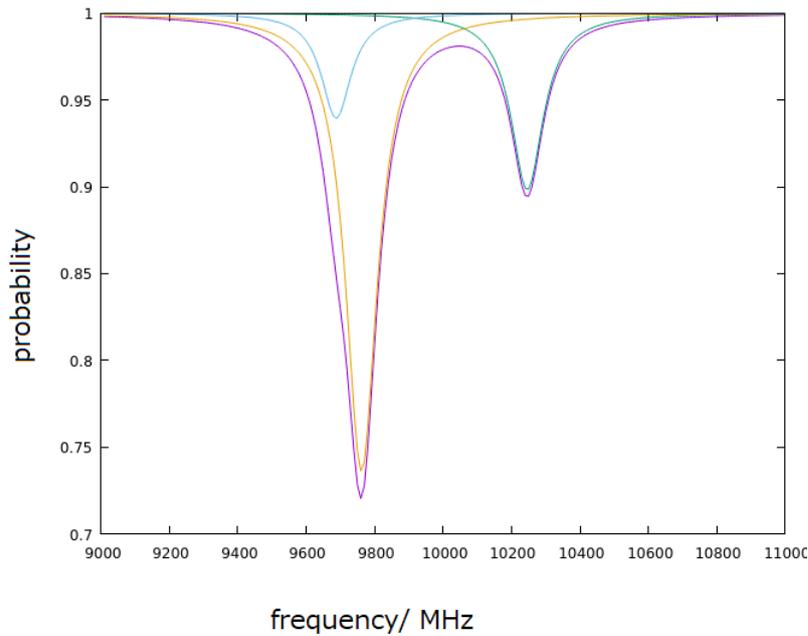


図 2.7 量子化軸方向に一樣な振幅 $E_z = 11.6 \text{ Vcm}^{-1}$ を持つ振動電場と一定時間相互作用した後の、ミュオニウムの $2S$ 状態各超微細準位の存在確率およびその和。

ここでは、それぞれ反水素ビームおよびミュオニウムビームに対し量子化軸方向に一樣な電場 $E_z = 11.6 \text{ Vcm}^{-1}$ が一定時間かかっているときを考えており、9 GHz から 11 GHz の周波数で計算した。紫が初期条件 2.27 式のとときの P_{2S} のグラフである。参考として、橙の $|s_{00}(t_{fin})|^2 = 1$ のときのグラフ、緑の $|s_{1-1}(t_{fin})|^2 + |s_{11}(t_{fin})|^2 = 1$ のときのグラフ、青の $|s_{10}(t_{fin})|^2$ のときのグラフを同時に載せている。このように、3 つの山の重ね合わせが P_{2S} のグラフとなっていることが分かる。

2.3.2 分光実験における超微細構造副準位の選別

微細構造のスペクトルは、 $2P$ 状態の寿命からくる自然幅に加えて、これら超微細構造を考慮した 3 つの遷移の重ね合わせから広がったものになる。図 2.6 や図 2.7 に示すように、 $2S_{1/2}(F=1) - 2P_{3/2}(F=1)$ 間遷移と $2S_{1/2}(F=1) - 2P_{3/2}(F=2)$ 間遷移の遷移周波数が近いいため一つのピークのように見える。また、反水素の場合は $2S_{1/2}(F=0) - 2P_{3/2}(F=1)$ 間遷移の周波数もミュオニウムに比べ他の遷移周波数と近いいため、スペクトルの形が他の遷移周波数に大きく影響される。

このような場合、周波数の決定精度が低くなるため、一部の超微細準位にある原子をあらかじめ脱励起させることで、特定の状態だけにし、周波数を精度よく測定する手法が用いられている。一部の超微細準位にある原子をあらかじめ脱励起させるためには、脱励起させたいエネルギー準位にある粒子が $2P$ 状態に遷移する周波数の電磁波をあらかじめ一定時間かける。図 2.8 は、反水素原子について、9750 MHz の周波数をもつマイクロ波をかけることで、 $2S_{1/2}(F=1) - 2P_{3/2}(F=1)$ 間遷移と $2S_{1/2}(F=1) - 2P_{3/2}(F=2)$ 間遷移をあらかじめ起こさせた後で、あらためて一樣な振幅 $E_z = 11.6 \text{ V cm}^{-1}$ をもつマイクロ波の周波数を掃引して得られたスペクトルである。

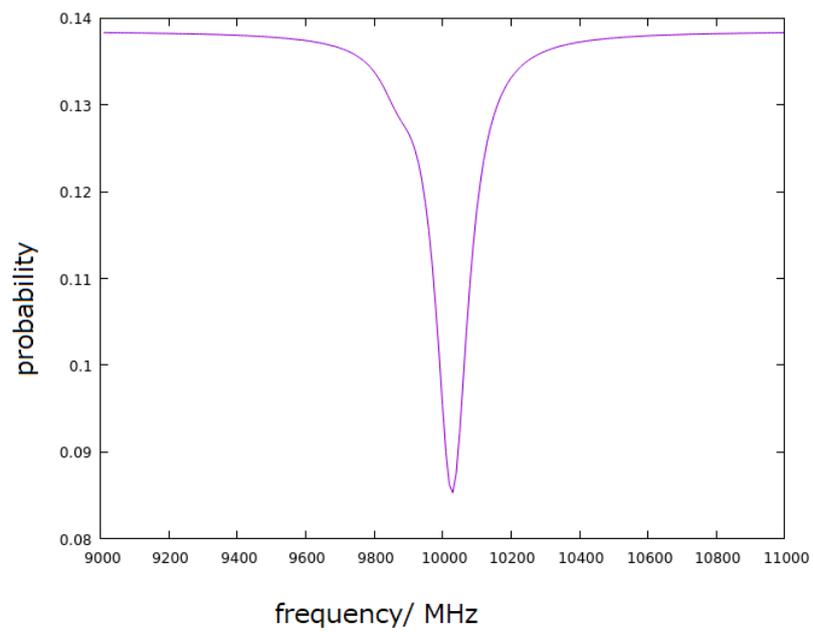


図 2.8 あらかじめ 9750 MHz で一定時間遷移させた後、改めて量子化軸方向に一樣な振幅 $E_z = 11.6 \text{ Vcm}^{-1}$ を持つ振動電場と相互作用した場合の、反水素の $2S$ 状態の存在確率。

第 3 章 マイクロ波分光装置の設計

本章では、微細構造分光に用いるマイクロ波分光装置の設計について述べる。

第 2 章 2.3.2 節で議論したように 2P 状態の寿命からくる自然幅および超微細構造によって共鳴スペクトルが広がる。そのため、微細構造周辺の広い周波数領域にわたって周波数特性が大きく変わらないマイクロ波照射による微細構造遷移装置を作成することが必要である。

本研究では、装置の設計のために CST Studio Suite を用いた。印加する高周波の波長は、反水素およびミュオニウムの微細構造に対応するおよそ 10 GHz である。その波長は、装置のサイズと同じく cm オーダーであることから、どのような電磁波のモードが生じるかをシミュレーションで正確に確認する必要があったためである。また、第 2 章で議論した微細構造間の遷移確率計算から、反水素やミュオニウム原子が受ける電場振幅として、 $30\text{--}40 \text{ Vcm}^{-1}$ を設計の目標とした。

まず、マイクロ波分光装置をどのような形状にするのかを検討し、その形状の装置内で発生する電磁場のモードを調べた。ここでは、反水素もミュオニウムもビーム径が大きいと、振動電場およびビームの空間分布を考慮した。最後に実際に設計したマイクロ波分光装置により期待される測定精度について調べた。

3.1 微細構造遷移装置の形状

ここでは、反水素ラムシフト測定で開発したのと同様な平行平板電極を用いた伝送線路型、進行波管型、共振器型の 3 つを検討した。なお、いずれの場合もビームの通り道である穴にはメッシュを貼る予定であるが、シミュレーション上では穴の部分にも他の部分と同様の厚さの壁があるとした。

3.1.1 進行波管

水素の微細構造分光について世界記録を持つ先行実験では、進行波管が用いられた [34]。進行波管を用いた装置の概要図を図 3.1 に示す。進行波管の特徴としては、一般的に大出力を得られ、周波数帯域も広いとされる。

性能的には十分なものが得られると期待できるが、極高真空系に適用しようとした場合、図 3.1 の (b) に示された装置の大部分を真空槽に入れる可能性を考慮せざるを得ない。本研究においては、反水素およびミュオニウムのラインに適用するのは困難とみなし、検討からは除外した。

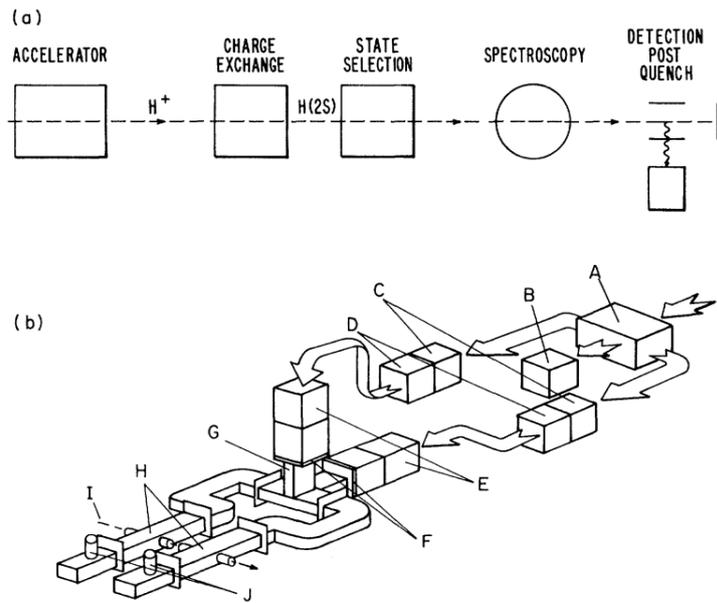


図 3.1 進行波管を用いた水素の微細分光装置の概略図。

3.1.2 平行平板電極を持つ伝送線路

平行平板電極を持つ伝送線路は、反水素のラムシフト直接分光で開発されている装置 [35] に例がある。そのラムシフト分光研究で設計された平行平板電極を持つ伝送線路を図 3.2 に示す。

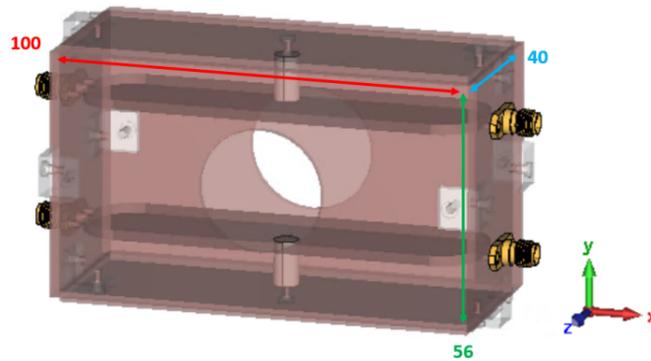


図 3.2 反水素のラムシフト分光装置。

この形状はラムシフトの 1 GHz 周辺で使用するためのものであり良い測定精度が想定されるものであったが、本研究で測定を試みる微細構造は 10 GHz 周辺であるので、そのままのサイズでは、図 3.3 に示すように十分な電場振幅を得ることができなかった。

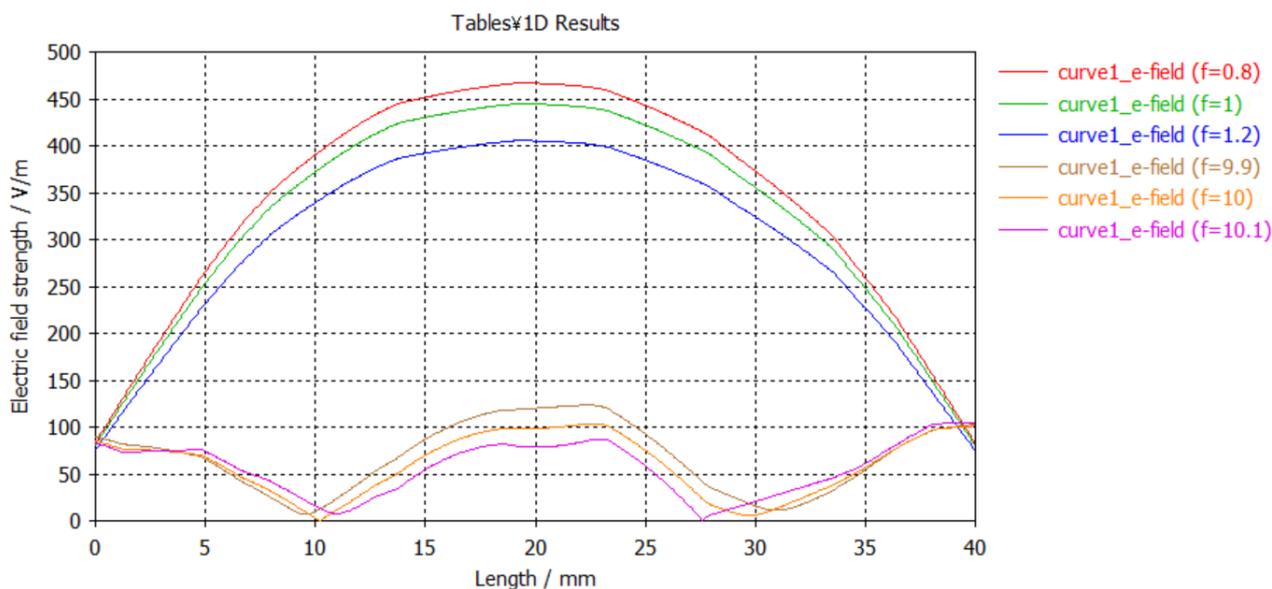


図 3.3 反水素のラムシフト分光装置内での電場振幅。

そこで、サイズを様々に変更し、10 GHz 周辺で強い電場振幅が得られるサイズを検討した。その結果最も大きな電場振幅を得られた場合が図 3.4 のときである。図 3.4 のサイズの下で、各極板に 1W ずつ印加したときのビーム方向の電場振幅分布を各周波数の時に関してプロットしたものが図 3.5 である。このように、今回計測したい 9–11 GHz の範囲でどの周波数でも同じオーダーのある程度大きい電場振幅を得ることができる。しかしながら、現実的な値である 10W 入力時、図 3.5 の値の $\sqrt{5}$ 倍の約 8 Vcm^{-1} ほどにしかならず、電場振幅が十分とは言えないことが分かった。

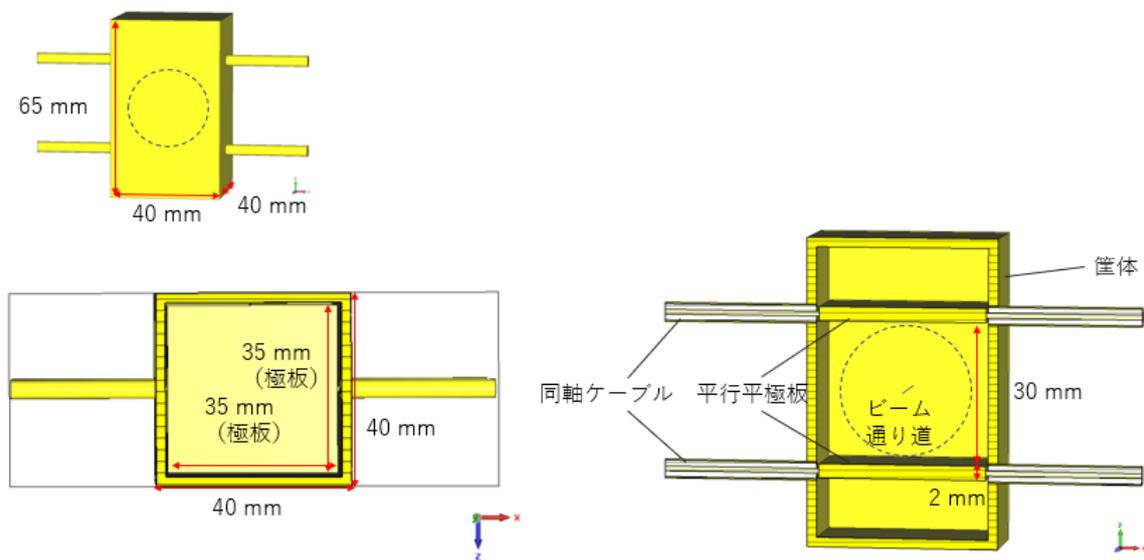


図 3.4 平行平板電極を持つ伝送回路の概略図。

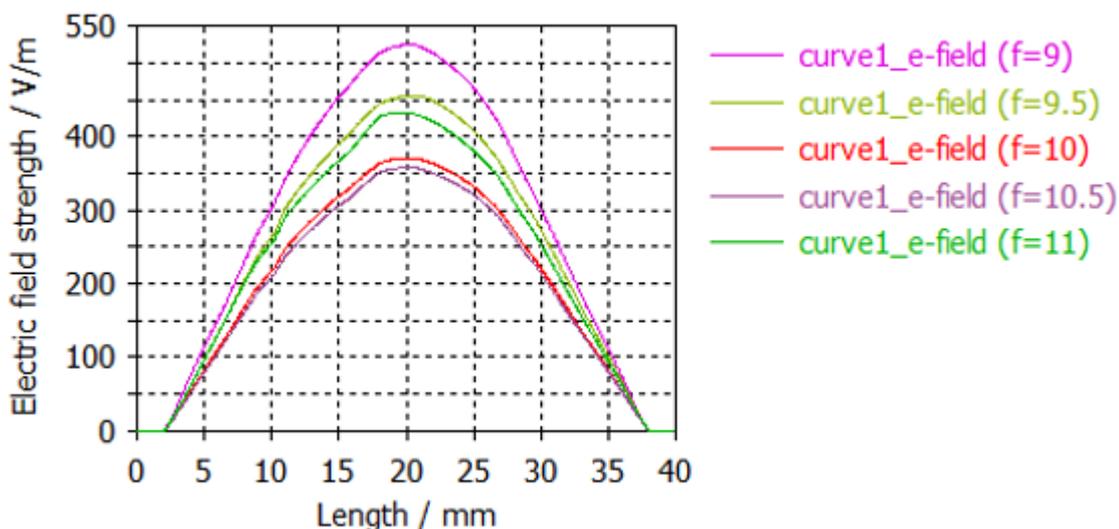


図 3.5 図 3.4 のときのビーム方向の電場振幅。

3.1.3 共振器

最後に共振器について検討した。

共振器については円筒型共振器と箱型共振器が候補に挙がった。まず、ビームを遷移させるための要請として、ビームに垂直な電場ベクトルが要求される。また、どちらの共振器の場合も、多くの周波数での共振条件を満たすために共振器の大きさを変化させる機構が必要になる。円筒型共振器の場合、中に壁を作りその間にビームを通す方法が考えられるが、LAMPF でのミュオニウムの微細構造分光実験 [19] において箱型共振器が用いられていたため、それを参考にした箱型共振器を以下で検討した。

箱型共振器はある大きさで特定の周波数で共振するものであり、十分な測定点を得るためには、測定したい周波数ごとに筐体の大きさを変える必要がある。LAMPF での実験で用いられたものはミュオニウムを共振器の中に止めてしまうため、ビームの進行方向に共振器のサイズを変えられるような可動式の壁が用いられていたが、本研究のようにビームを通過させる実験方法では、ビーム方向の長さが変わってしまうことにより、ビームに電場が作用する時間が奥行の長さによって変化してしまう。そこで、本研究ではビームとは垂直横方向に共振器のサイズが変えられる共振器を想定した。

直方体の金属空洞内部での TE 共振モードは、文献 [19] より以下の式が成り立つ。

$$\omega_0 = \pi c \sqrt{\left(\frac{l}{A}\right)^2 + \left(\frac{m}{B}\right)^2 + \left(\frac{n}{L}\right)^2} \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2Q}}\right) \quad (3.1)$$

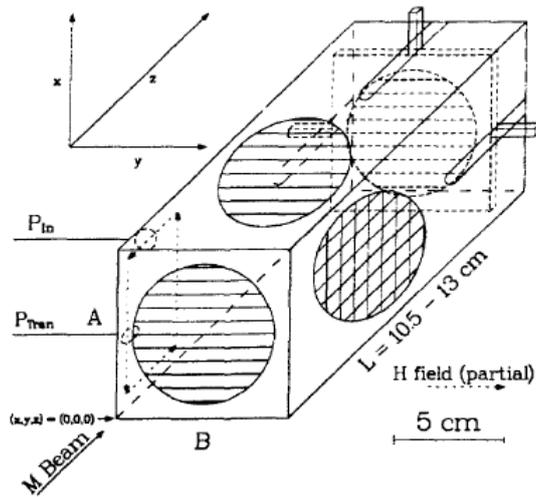


図 3.6 LAMPF でのミュオニウム微細構造分光実験で用いられたマイクロ波分光装置の模式図。

ω_0 は共振周波数、 Q は共振器の Q 値、 A 、 B 、 L は図 3.6 に示したように直方体型の共振器の大きさを決める数字でそれぞれビームの進行方向に垂直な水平方向の長さ、鉛直方向の長さ、ビームの進行方向の長さである。 c は光速である。また、 l 、 m 、 n は TE 共振モードの添え字に対応しており、それぞれビームの進行方向に垂直な水平方向、鉛直方向、ビームの進行方向の山の数に対応している。

本研究では TE_{20n} や TE_{40n} などの偶数の山を持つ共振モードではビーム中心が電場の節となってしまうのでこれらは適さない。一方で、 TE_{10n} や TE_{30n} といった奇数の山を持つ共振モードではビーム中心が電場の腹となり適しているためこれらのモードを使用する。 TE_{10n} 、 TE_{30n} を式 3.1 をもとに、9–11 GHz の周波数領域について共振周波数をプロットしたのが図 3.7 である。

このとき、式 3.1 の A を共振器の幅として変化させた。共振器の高さ B は 80.4 mm、奥行 L は 122.4 mm に固定した。

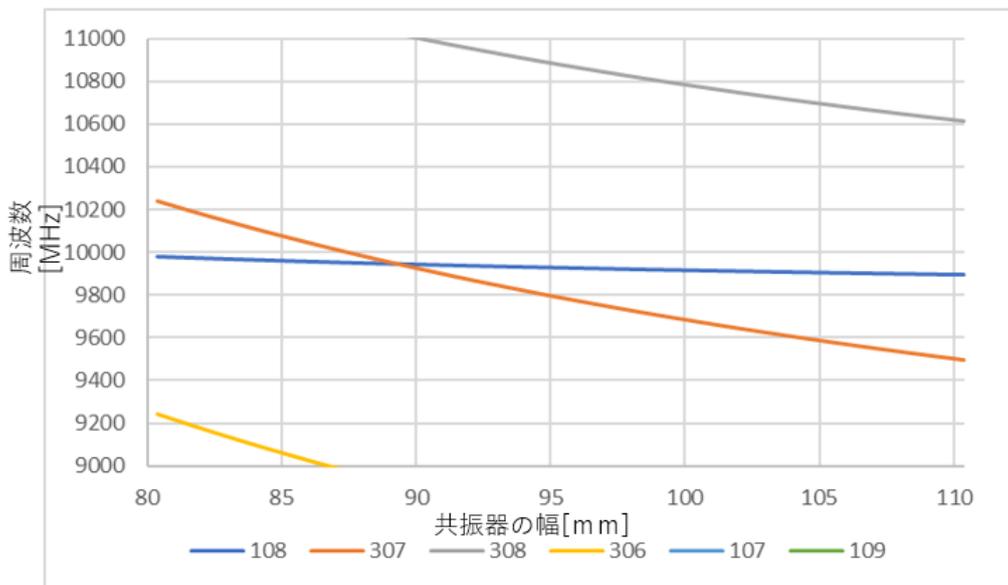


図 3.7 共振器の横幅と共振周波数の関係。

式 3.1 をもとに、共鳴周波数とその時の共振器の幅を検討した。これにより、共振器のサイズとして現実的な値である幅で、微細構造周波数の 10 GHz 周辺で共振モードがたつことが分かった。

箱型共振器は、各周波数に対応する共振条件を満たすことによって大きな電場振幅を得られるという利点がある。ただし、平行平板電極を持つ伝送回路とは異なり、共振条件は共振器の大きさに由来するものである。箱型の形状で十分な電場振幅が得られるのか確かめるために、式 3.1 から TE_{108} モードがたつと考えられる図 3.8 に示した大きさの箱型共振器について計算を行った。アンテナの位置は LAMPF でのミュオニウム微細構造分光で用いられた共振器 3.6 を参考にした [19]。図 3.8 の大きさのときに共振した 9978.8 MHz の時の電場振幅を示したグラフが図 3.9 と図 3.10 である。これらのグラフは 1 W 入力時の、それぞれビーム中心を通るビーム進行方向の電場振幅と、ビームに垂直かつ水平な方向の電場振幅を示している。これらは入力が 1 W でも約 80 Vcm^{-1} を得ることができていることを示しており、遷移に必要な電場振幅を十分に得ることができる。

そのため、以下では箱型共振器型を採用することとした。

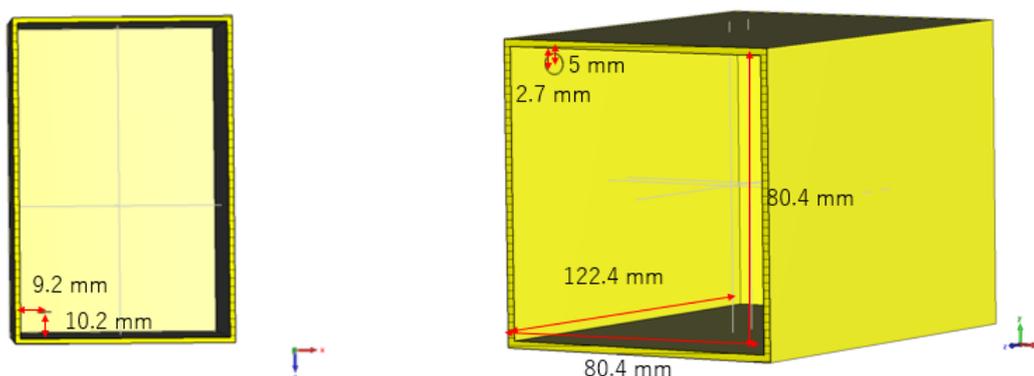


図 3.8 箱型共振器の例。

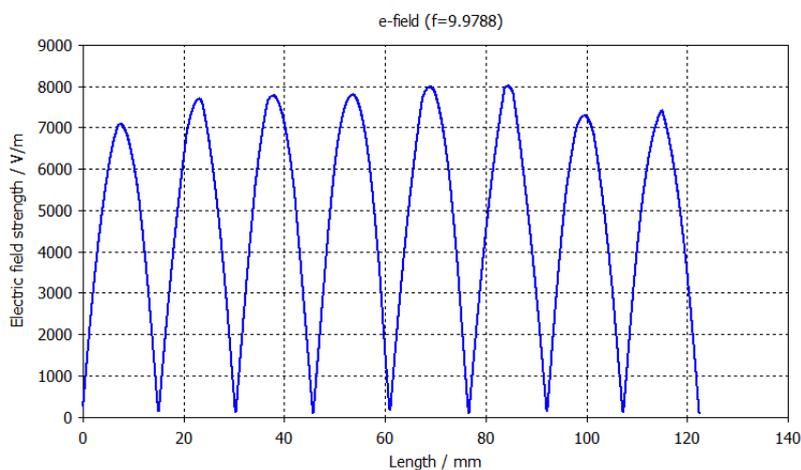


図 3.9 図 3.8 のときのビーム方向の電場振幅。

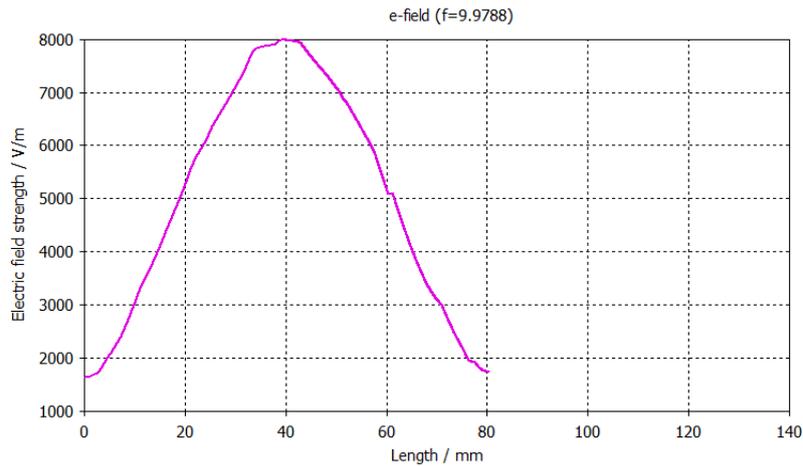


図 3.10 図 3.8 のときのビームに垂直な方向の電場振幅。

実際に採用する、幅の変えられる箱型共振器の概要を図 3.11 に示す。

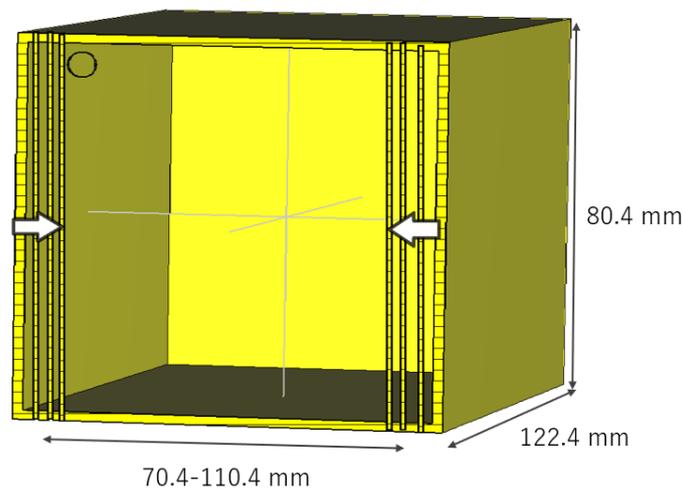


図 3.11 本研究で設計した幅を変えることのできる箱型共振器。

3.2 箱型空洞共振器中の振動電場およびビームの空間分布

本節では、シミュレーションをする際に考えるべき、振動電場の空間分布とビームの空間分布について述べる。

第 2 章で計算したように原子を感じる振動電場の振幅の大きさによって遷移確率が大きく左右されるが、本研究で用いる想定 of 反水素ビームおよびミュオニウムビームは約 10 mm と大きな径が想定される。箱型共振器の内部では、原子の通った位置により振動電場の強さ、ひいては遷移確率が異なってくるため、振動電場およびビームの空間分布を検討する必要がある。

まず、振動電場の空間分布に関して述べる。ラムシフト直接分光実験での解析 [35] を参考に、図 3.12 のように、ビームの進行方向に平行な線を等間隔に配置し、その線上での電場振幅をシミュレーションより求めた。なお、図 3.13 は図 3.12 を真横から見た図である。ここで、上下の板の内面間の半分かつ左右の板の内面間の半分の位置を黒点として示しており、以降この位置を原点とすることとする。ビームの各粒子が受けた電場振幅は、シミュレーション上で引いた線のどれに距離が近いかで判断し、その線上での電場振幅で代表させた。

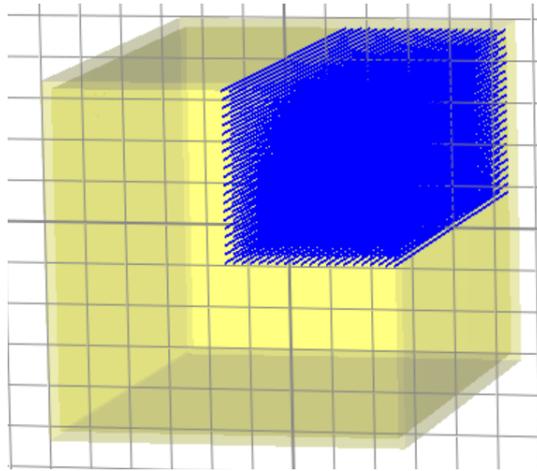


図 3.12 電場振幅のモニターのために 400 本の線を引いた図。

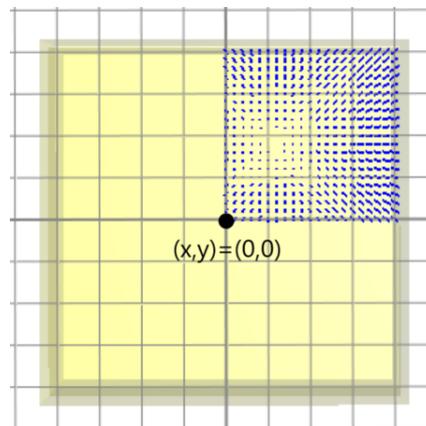


図 3.13 電場振幅のモニターのために 400 本の線を引いた図。

シミュレーション上で引く線の間隔を検討するために、ビーム中心に向かって第一象限にだけ 2mm 間隔で線を引き、そのすべてを用いた場合と、4mm ごと (2本に1本) 使用した場合を計算した。その結果、4mm 間隔では十分には電場分布を表現できないことが分かった。よって、本研究では計算量も考慮し 2mm 間隔でモニターすることにした。

以下ではより正確に計算するため、 x - y 平面に平行な壁全体についてを 2mm 四方のマスキに区切り、粒子が入ってきた位置がどのマスキに含まれるかを求めた。奥行方向についても 2mm ごとに電場振幅を求めて、各マスキの中心を粒子が通った際の平均電場振幅を計算し、それを各マスキ内に粒子が入った際に粒子が受ける電場振幅と近似した。

各周波数、共振器の各大きさについてその結果を図 3.14 のようにヒートマップとしてプロットした。この際、すべてのマスキの電場振幅の平均が 300 Vm^{-1} になるようにした。また、軸上の数字はマスキの数に対応しており、1 マスキ 2mm 四方となっている。

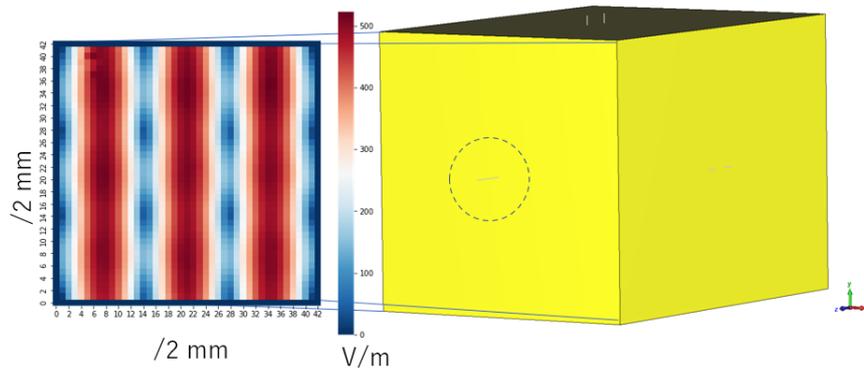


図 3.14 ヒートマップの概略図。

次にビームの空間分布について述べる。今回は現在見積もられている反水素のビーム径を参考に、図 3.15 のようなビーム径 10 mm で 2σ ずつのガウス分布として考えた。

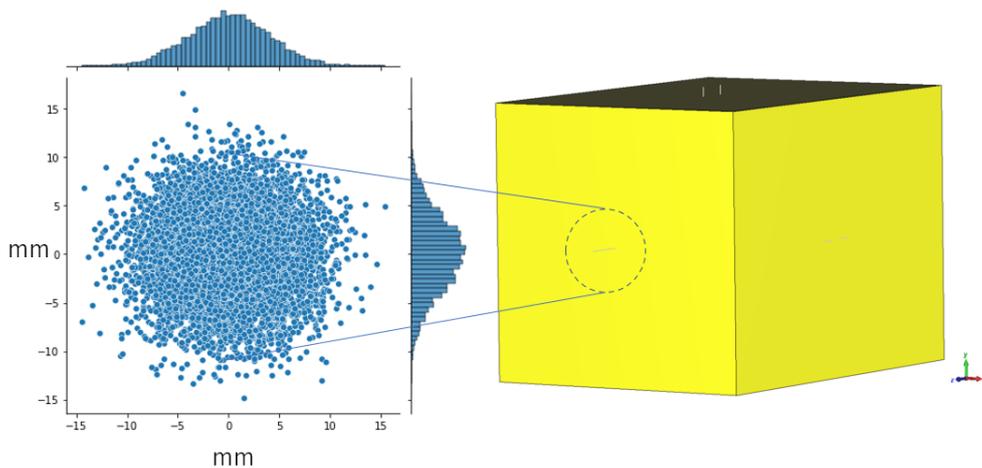


図 3.15 ガウシアンビームの概略図。

このようにビーム内の粒子の入射位置がばらつくことで受ける電場振幅が一様ではなくなり、遷移確率にもばらつきが出る。遷移確率について、標準偏差を用いてばらつきを評価した。

以上のように振動電場の空間分布とビームの空間分布を考慮するとき、どのような電場振幅分布が適しているのかを検討した。電場振幅分布を表すために図 3.16 などのヒートマップと、粒子をガウス分布に従って 10000 個入射した時の各粒子が受ける電場振幅をヒストグラムに示した図 3.21 などを以下で示す。なお、ヒートマップは各マスの電場振幅の平均が 300 Vm^{-1} になるようにノーマライズしてある。

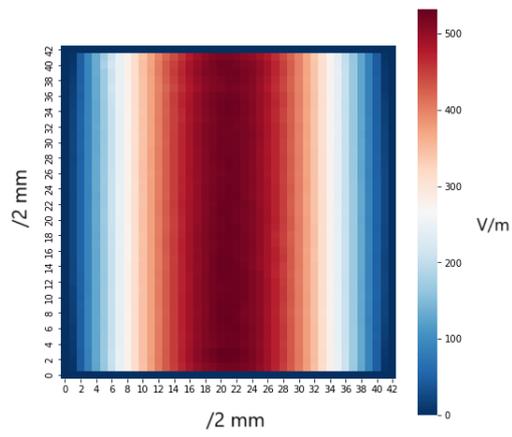


図 3.16 9978.8 MHz におけるヒートマップ。

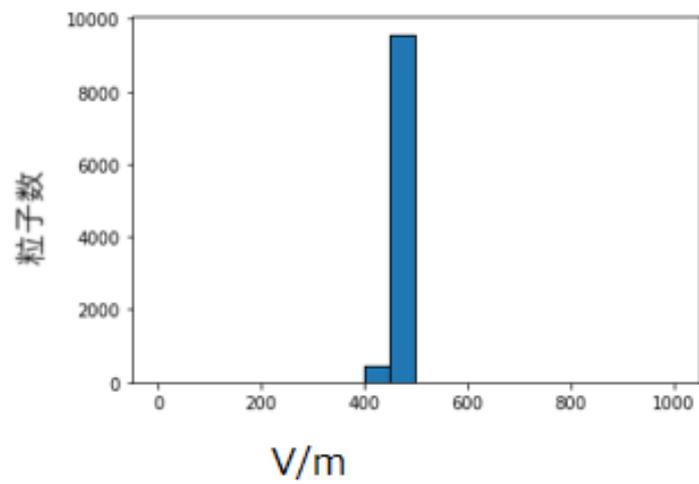


図 3.17 9978.8 MHz において粒子が感じる電場振幅のばらつき。

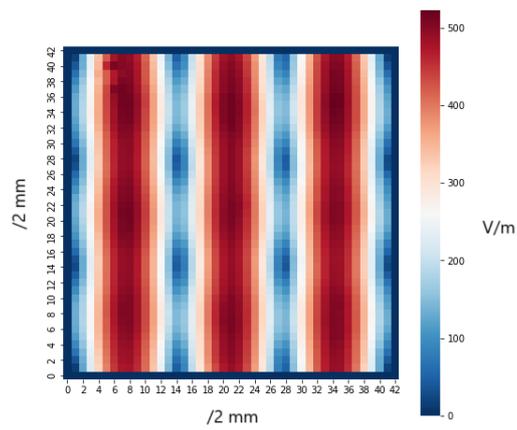


図 3.18 10240.8 MHz におけるヒートマップ。

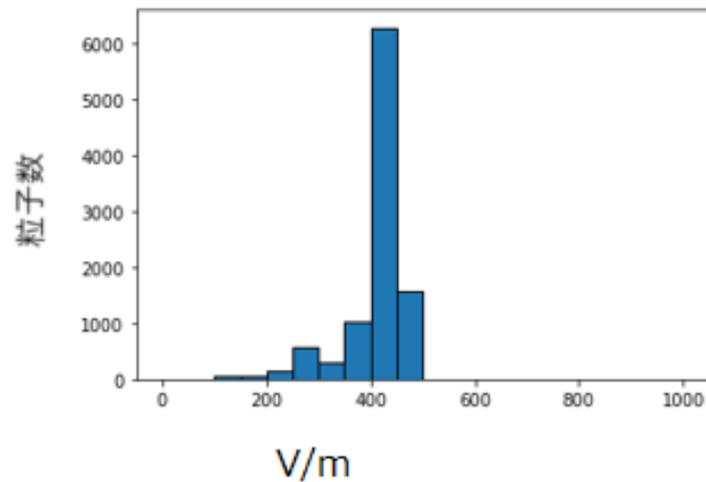


図 3.19 10 240.8 MHz において粒子が感じる電場振幅のばらつき。

式 3.1 より、 TE_{10n} モードや TE_{30n} モードとなるような周波数について電場分布をシミュレーションし描いたヒートマップの例として図 3.16、図 3.18 を示す。このとき、ビーム中心の電場振幅が強くなっておりビーム中心周辺の電場振幅の変位も比較的小さいため、図 3.20 のときよりも精度を求める測定に適している。

図 3.17 や図 3.19 を見ると粒子が受ける電場分布のばらつきが比較的小さいことがわかる。

一方で電場振幅の山が 4 つ以上の場合にはビーム径内に谷の部分が含まれてしまい、各粒子が受ける電場振幅に大きく差が出てしまう。

また、山が 3 つ以下であっても、ビーム中心から近い位置に電場振幅の大幅な変位が存在すると、各粒子の受ける電場振幅の差が大きくなり、遷移確率を計算した際のばらつきが大きくなってしまうため、精度の良い測定には適さないモードとなる。適さないモードのヒートマップの例として図 3.20 を示す。

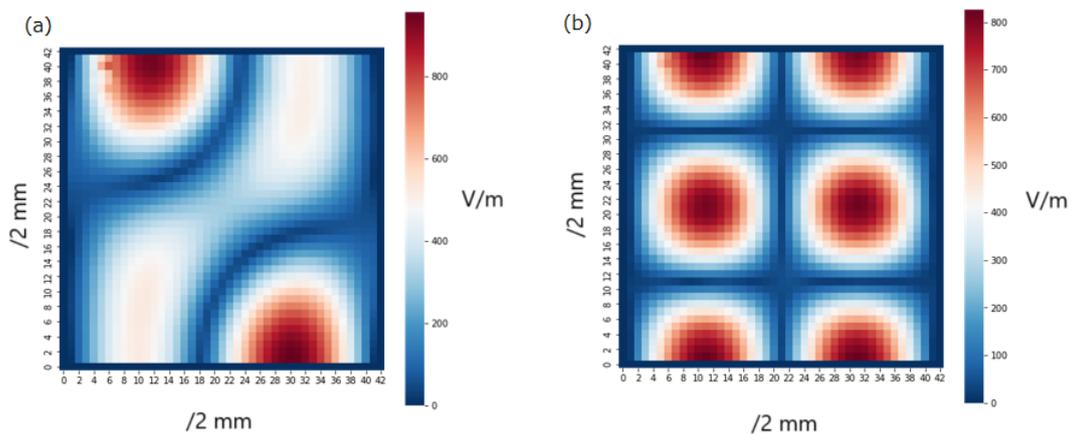


図 3.20 適さないモードのヒートマップの例。
(a)9531.8 MHz と (b)10069.8MHz。

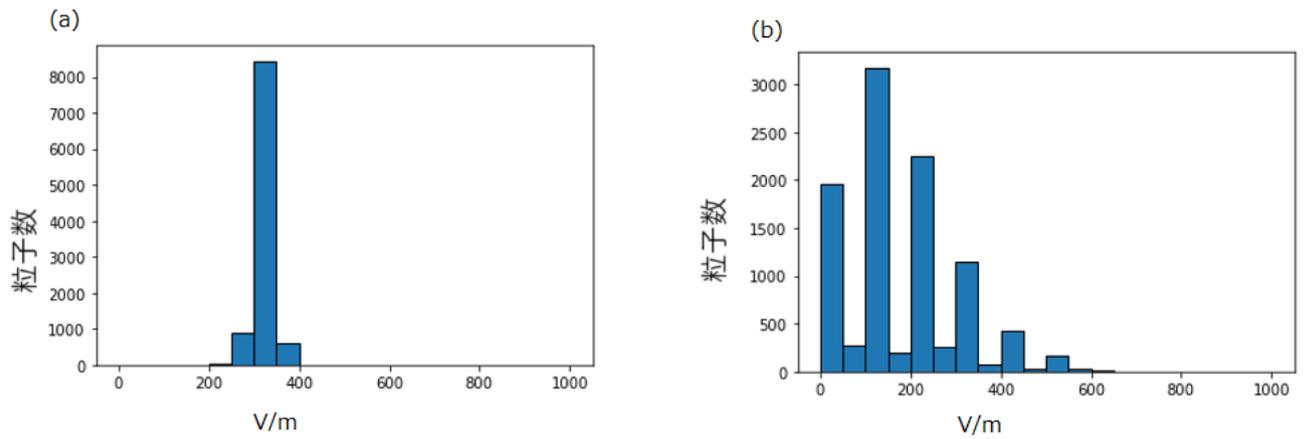


図 3.21 適さないモードにおいてビームが感じる電場振幅のばらつき。
(a)9531.8 MHz と (b)10069.8MHz。

図 3.21(a) を見ると、(b) と比べて粒子が受ける電場振幅のばらつきは少ないが、ビーム中心の電場振幅が弱いため本研究には適さないモードだといえる。

また、図 3.22 のような縦にもモードがたっている場合は TE_{10n} や TE_{30n} と比べばらつきが大きくなってしまうため、用いないこととした。

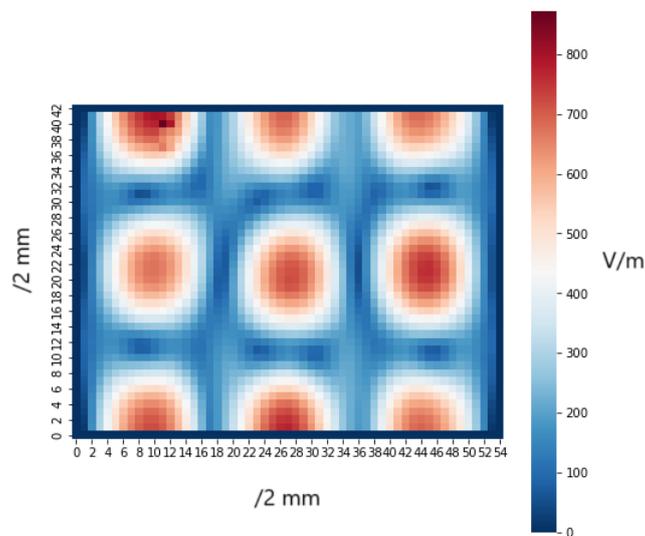


図 3.22 10 293.2 MHz におけるヒートマップ。

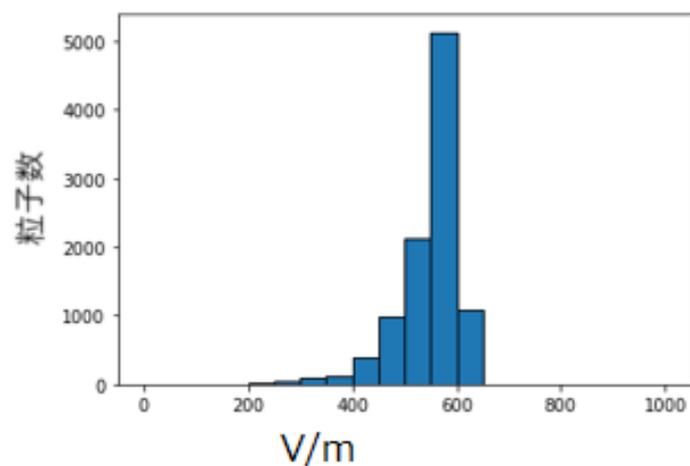


図 3.23 10 293.2 MHz において粒子が感じる電場振幅のばらつき。

以上の考察から、 TE_{10n} モード もしくは TE_{30n} モードのような、ビーム中心が電場の腹となるような条件を利用するのが最適であることが分かった。本研究では、適している条件なのかをヒートマップで判断し、一つ山もしくは三つ山の電場分布となっている条件で得られた周波数点を用いて分光精度の見積もりを行うこととした。

第 4 章 微細構造分光の測定精度の見積もり

本章では、設計した分光装置によりどれだけの精度で微細構造を測定できるかを見積もりを行う。そのためまず、第 2 章で説明した超微細構造副準位の存在確率の時間発展計算と第 3 章で説明した電場分布の近似方法を用いて、統計的不確かさの議論を行う。その後、系統的な不確かさの見積もりとして、統計的不確かさを計算した際に電場分布を近似したことによる不確かさと、ビーム中心が想定的位置とはずれている可能性による不確かさを見積もった。

4.1 分光精度の見積りのためのデータの作成

設計した微細構造分光装置で得られる測定精度を見積りために、以下のようにしてデータ点を選んだ。まず、式 3.1 を参考にして、 TE_{30n} もしくは TE_{10n} モードで共振する周波数およびその時の装置の幅を推測し、CST studio を用いて実際に予想通りの共振が起こるのかを確認した。そのなかで、9500–10 500 MHz において、データの周波数間隔が同程度で遷移確率の変化が大きくなるような周波数をデータ点として選択した。データ点の数は、LAMPF で行われたミュオニウムの微細構造分光 [19] を参考に 11 点とした。

今回、測定精度見積りのために選んだ、ミュオニウムおよび反水素原子それぞれについて 11 個ずつの周波数は以下の表 4.1 のとおりである。また、それらの周波数を印加したときの共振器内の電場分布を付録 A に示している。第 2 章で議論した遷移確率計算に従って、これらの周波数についての遷移確率を求めた。この際、それぞれの周波数を印加した時、共振器の中で粒子の受ける電場振幅の平均が 300 Vm^{-1} となるように入力パワーを調整することによってノーマライズした。

表 4.1 計算した周波数。

ミュオニウム測定の際の周波数/MHz	反水素測定の際の周波数/MHz
9595.0	9595.0
9675.4	9759.6
9718.0	9806.8
9759.6	9831.2
9806.8	9882.2
9855.6	9896.6
9896.6	9928.0
9978.8	9978.8
10162.2	10029.6
10240.8	10162.2
10316.2	1036.2

4.2 分光精度の見積りのためのフィッティング

以下の見積りでは、反水素およびミュオニウムともに 10 000 個を想定し、エラーバーは標準偏差を用いた。シミュレーションで得られた測定点を、以下の水素原子 2S-2P 間ラムシフト遷移の解析で採用されたモ

デル関数 [31]

$$F(\nu) = \sum_{i=1}^3 a_i \left[Q_i + Q'_i + a_6 \left\{ Q_i \left(Q_i - \frac{1}{2} \right) (Q_i - 1) + Q'_i \left(Q'_i - \frac{1}{2} \right) (Q'_i - 1) \right\} \right] + a_0 \quad (4.1)$$

を用いてフィッティングした。なお、

$$Q_i = \frac{1}{1 + \lambda_i^2}, \quad \lambda_i = \frac{\nu - h_i - a_4}{a_5} \quad (4.2)$$

$$Q'_i = \frac{1}{1 + \lambda_i'^2}, \quad \lambda_i' = \frac{\nu + h_i + a_4}{a_5} \quad (4.3)$$

である。添え字の $i = 1, 2, 3$ はそれぞれ $2S_{1/2}(F = 0)$ から $2P_{3/2}(F = 1)$ 、 $2S_{1/2}(F = 1)$ から $2P_{3/2}(F = 1)$ 、 $2S_{1/2}(F = 0)$ から $2P_{3/2}(F = 2)$ の遷移に対応している。式 4.2 は一般的なローレンツ関数を表しており、 a_i は各ローレンツ関数の強度、 a_4 は、 $2S_{1/2}(F = 0)$ から $2P_{3/2}(F = 1)$ の遷移周波数、 a_5 は自然幅を表すパラメータ、 h_i は $2S_{1/2}(F = 0)$ から $2P_{3/2}(F = 1)$ の遷移周波数からのずれである。式 4.3 は振動電場の反回転成分に対するローレンツ関数、 a_6 のかかった項はスペクトルの飽和に対する 3 次補正項、 a_0 はスペクトルのオフセットを表す項である。

なお、今回は超微細構造の値を表 4.2 に示す既知の値とした。

表 4.2 超微細構造の値。

原子	$2S_{1/2}$ の超微細構造/MHz	$2P_{3/2}$ の超微細構造/MHz [30] [19]
ミュオニウム	558	74
反水素	178	24

これらの値から、 h_i を以下の表 4.3 ように既知のものとして固定して考えた。

表 4.3 h_i の値。

原子	h_1 /MHz	h_2 /MHz	h_3 /MHz
ミュオニウム	0	558	484
反水素	0	178	154

また、計算結果として期待される微細構造の値は表 4.4 のようになる。

表 4.4 計算結果として期待される微細構造の値。

原子	微細構造/MHz
ミュオニウム	9873.7
反水素	9909.6

4.3 統計的不確かさの見積もり

3.2 節で述べた 2 mm 四方の大きさの各マスに入射する粒子数にそのマスでの電場振幅から求めた遷移確率をかけることにより、遷移せずに通過する原子の平均個数を求めた。あるマスに注目したときそのマスに入った粒子の数と 2S 存在確率を用いて二項分布より分散を求め、各マスの分散の和を取ることにより合成した標準偏差を求めた。それを個数の不確かさとした。

4.3.1 ミュオニウムの微細構造

ミュオニウムについて、一万個の粒子を想定し 11 個の周波数毎について計算した 2S 状態存在確率とその不確かさを表 4.5 にまとめた。式 4.1 を用いて 11 個の周波数についてフィッティングした結果を図 4.1 に示す。フィッティングに用いたパラメータの初期値などは表 4.6 に、フィッティングによって得られた値は表 4.7 に示した。

表 4.5 11 個の測定対象の周波数について、一万個ずつのミュオニウムを考えた場合の平均 2S 状態存在確率とその不確かさ。

周波数/MHz	平均 2S 状態存在確率	統計的不確かさ
9595.0	0.94986	0.00218
9675.4	0.84753	0.00359
9718.0	0.77868	0.00415
9759.6	0.68480	0.00464
9806.8	0.80189	0.00398
9855.6	0.90127	0.00298
9896.6	0.95323	0.00211
9978.8	0.97631	0.00152
10162.2	0.95571	0.00205
10240.8	0.87928	0.00325
10316.2	0.94823	0.00221

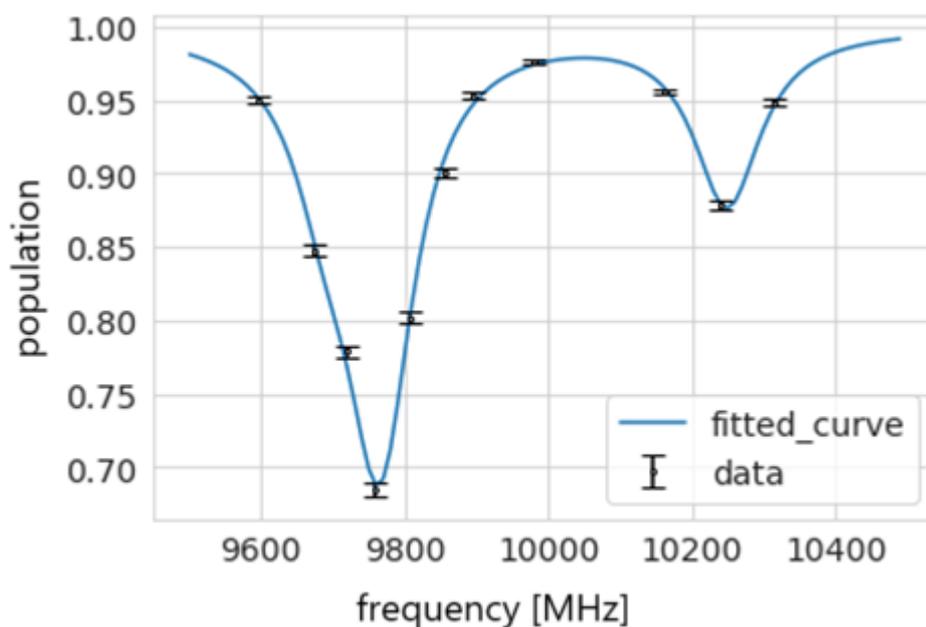


図 4.1 11 個の周波数とそれぞれ 10 000 個のミュオニウムについての統計的不確かさを考慮した場合のフィッティング。

表 4.6 表 4.6 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

パラメータ	初期値	最小値	最大値
a_0	1	0	1
a_1	-0.1	-1	0
a_2	-0.2	-1	0
a_3	-0.5	-1	0
a_4	10246	10000	10500
a_5	1/1.6e-2	0	200
a_6	0	-1	0

表 4.7 表 4.6 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングによって得られた値。

パラメータ	収束値	不確かさ
a_0	1.00000	0.00651
a_1	-0.07440	0.01460
a_2	-0.11904	0.00830
a_3	-0.28342	0.01046
a_4	10249.18057	2.51807
a_5	56.27035	3.79160
a_6	-0.00000	0.30556

なお χ^2 を自由度の数で割ると $\chi^2/7 = 3.65$ である。また、 a_4, h_2, h_3 より、微細構造分裂の周波数は、以下のように求められる。

$$\nu_{FS} = \frac{1}{4}a_4 + \frac{1}{8}a_7 + \frac{5}{8}a_8 \quad (4.4)$$

$$a_7 = a_4 - h_2 \quad (4.5)$$

$$a_8 = a_4 - h_3 \quad (4.6)$$

この場合の微細構造は 9876.93(172) MHz、精度は 174 ppm と求まる。

4.3.2 反水素の微細構造

反水素について、一万個の粒子を想定し 11 個の周波数毎について計算した 2S 状態存在確率とその不確かさを表 4.8 にまとめた。式 4.1 を用いて 11 個の周波数についてフィッティングした結果を図 4.2 に示す。フィッティングに用いたパラメータの初期値などは表 4.9 に、フィッティングによって得られた値は表 4.10 に示した。

表 4.8 一万個の反水素にある周波数をかけたときの平均 2S 状態存在確率と統計的不確かさ。

周波数 [MHz]	平均 2S 状態存在確率	統計的不確かさ
9595.0	0.98246	0.00131
9759.6	0.91916	0.00272
9806.8	0.83353	0.00372
9831.2	0.74570	0.00435
9882.2	0.64855	0.00476
9896.6	0.72648	0.00445
9928.0	0.81984	0.00384
9978.8	0.87238	0.00333
10029.6	0.86025	0.00346
10162.2	0.96823	0.00175
10316.2	0.98932	0.00102

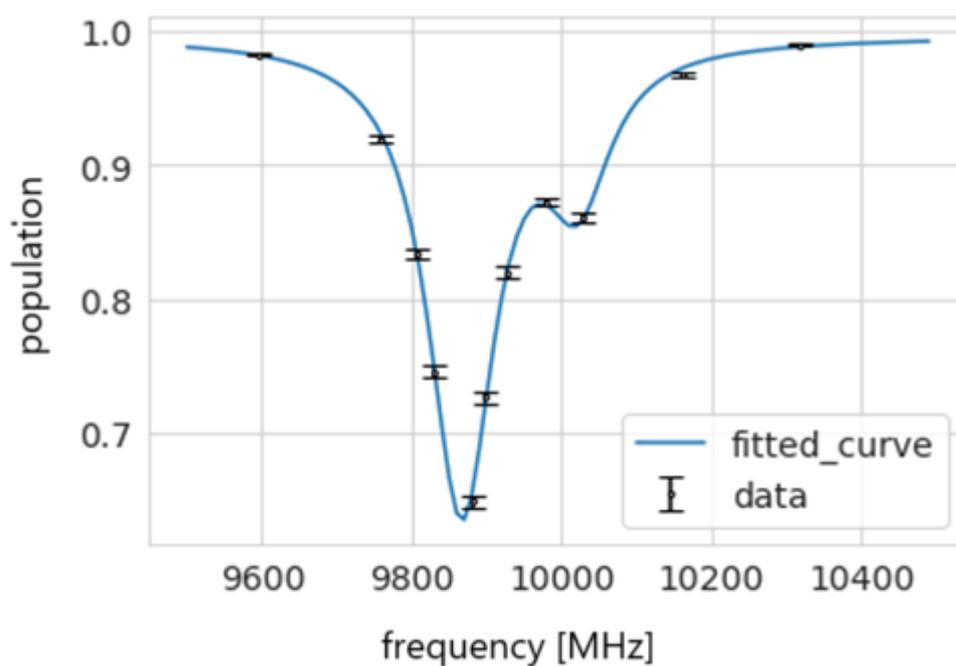


図 4.2 一万個の反水素について統計的不確かさを検討した結果。

表 4.9 図 4.2 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

パラメータ	初期値	最小値	最大値
a_0	1	0	1
a_1	-0.1	-1	0
a_2	-0.2	-1	0
a_3	-0.5	-1	0
a_4	10028	10000	10500
a_5	1/1.6e-2	0	200
a_6	0	-1	0

表 4.10 図 4.2 のデータに対して表 4.9 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。

パラメータ	収束値	不確かさ
a_0	0.99613	0.00198
a_1	-0.02682	0.05592
a_2	-0.10537	0.00622
a_3	-0.32935	0.05534
a_4	10021.84858	3.94977
a_5	52.22657	2.61999
a_6	-0.00000	0.32943

なお、 $\chi^2/7 = 3.27$ である。微細構造は 9903.3(27) MHz、精度は 273 ppm と求められる。

次に統計数を増やしたときについて確認する。以下に 100 万個に統計数を増やした際について、11 個の周波数毎について計算した 2S 状態存在確率とその不確かさを表 4.11 にまとめた。式 4.1 を用いて 11 個の周波数についてフィッティングした結果を図 4.3 に示す。フィッティングに用いたパラメータの初期値などは表 4.12 に、フィッティングによって得られた値は表 4.13 に示した。

表 4.11 100 万個の反水素にある周波数かけたときの平均 2S 状態存在確率と統計的不確かさ。

周波数 [MHz]	平均 2S 状態存在確率	統計的不確かさ
9595.0	0.98247	0.00013
9759.6	0.91912	0.00027
9806.8	0.83373	0.00037
9831.2	0.74581	0.00043
9882.2	0.64843	0.00047
9896.6	0.72649	0.00044
9928.0	0.81984	0.00038
9978.8	0.87239	0.00033
10029.6	0.86025	0.00034
10162.2	0.96820	0.00017
10316.2	0.98932	0.00010

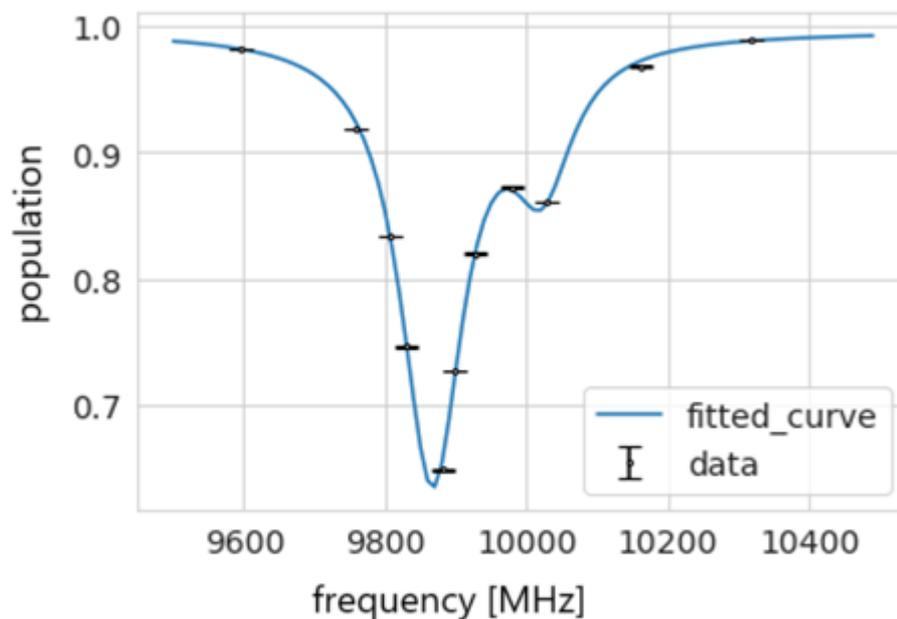


図 4.3 100 万個の反水素について統計的不確かさを検討した結果。

表 4.12 図 4.3 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

パラメータ	初期値	最小値	最大値
a_0	1	0	1
a_1	-0.1	-1	0
a_2	-0.2	-1	0
a_3	-0.5	-1	0
a_4	10028	10000	10500
a_5	$1/1.6e-2$	0	200
a_6	0	-1	0

表 4.13 図 4.3 のデータに対して表 4.12 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。

パラメータ	収束値	不確かさ
a_0	0.99611	0.00020
a_1	-0.02627	0.00558
a_2	-0.10538	0.00062
a_3	-0.32986	0.00553
a_4	10021.83291	0.39429
a_5	52.21623	0.26183
a_6	-0.00000	0.03291

なお、 $\chi^2/7 = 331.1$ である。微細構造は $9903.3(3)$ MHz、精度は 27 ppm と求まる。

4.4 系統的不確かさの見積もり

本節では電場振幅やビームの分布の非一様性から来る不確かさを見積もる。ここでは以下の2つの原因について考察した。

1. 共振器内の電場の分布を2mm四方のマスの区切り近似したことによる不確かさ。
2. 実験の際にビーム中心の位置が想定的位置からずれることによる不確かさ。

4.4.1 電場振幅を近似したことによる不確かさの見積もり

統計的不確かさを考えた4.3節では2mm四方のマス目に区切って電場振幅を近似していたが、この近似により発生する不確かさを検討したい。

電場の分布が周波数により異なるため、各周波数に関して検討を行った。ここでは図4.4に示すような電場分布をもつ9928.0MHzのときについて例示する。

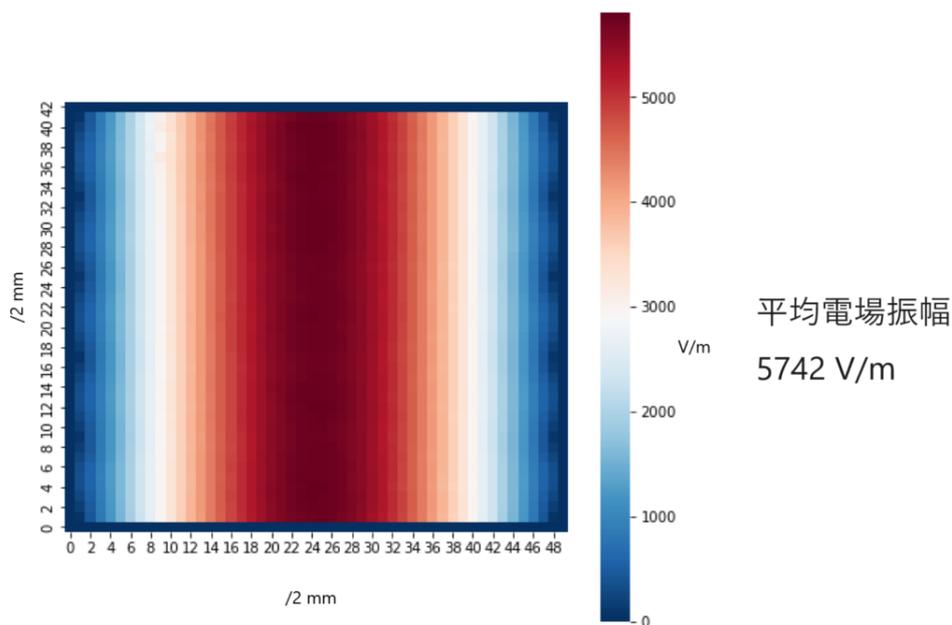


図 4.4 9928.0 MHz のときの電場分布。

まず、マスの幅が2mm、4mm、6mm、8mm、10mm、14mm、18mm、30mm、のときおよびすべての粒子を中心一点で近似した時を考えた。その結果を示したグラフが図4.5である。

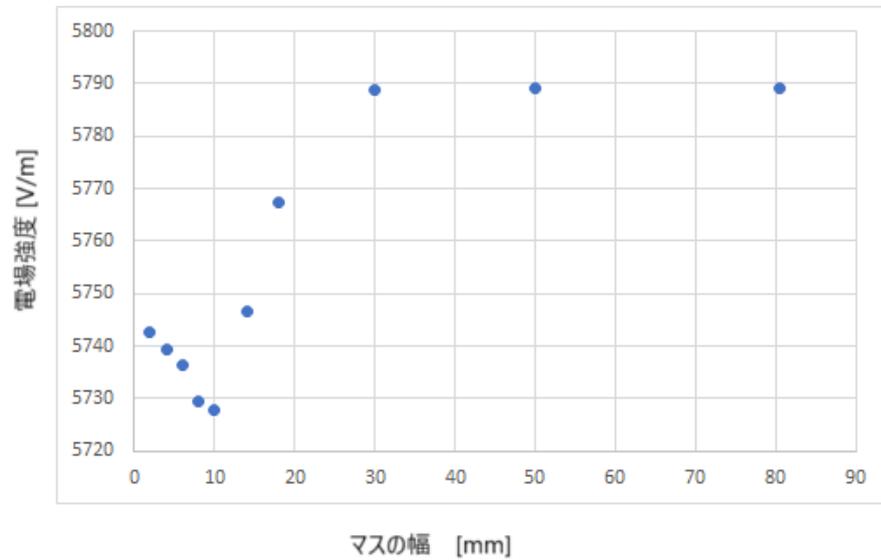


図 4.5 9982.0 MHz におけるマスクの幅と平均電場振幅の関係。

このグラフの概形から、近似しなかった際の現実的な電場振幅の値を、マスクの幅が 2 mm、4 mm、6 mm のときの結果から線形に外挿することにより求めることとした。

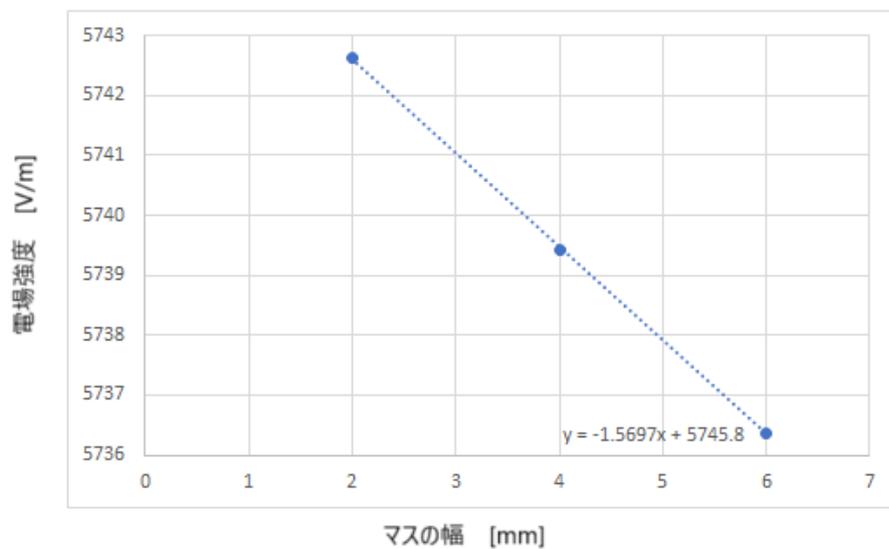


図 4.6 図 4.5 から 2 mm、4 mm、6 mm のみ抜き出した図。

ただし、9896.6 MHz に関しては 2 mm、4 mm、8 mm で外挿した。

外挿した結果、電場分布を近似しなかった場合に得られる平均電場振幅は図 4.6 の切片から読み取ることができる。この外挿から得られた結果とマスクの幅を 2 mm としたときの平均電場振幅の差と 2S 状態から遷移した割合から、電場分布の近似に起因する不確かさを評価する。表 4.14 および 4.15 に各周波数に関して求めた外挿結果と 2 mm マスのときの電場振幅の差の割合および電場振幅の近似による不確かさを示す。

表 4.14 ミュオニウム測定時の電場振幅の近似による不確かさ。
 周波数 MHz 外挿結果と 2 mm マスのときの電場振幅の不確かさ 平均 2S 状態存在確率 電場振幅の近似による相対的不確かさ

9595.0	0.00736	0.94986	0.00073
9675.4	0.00576	0.84753	0.00175
9718.0	0.00753	0.77868	0.00333
9759.6	0.00597	0.68480	0.00376
9806.8	0.00769	0.80189	0.00305
9855.6	0.00541	0.90127	0.00106
9896.6	0.00014	0.95323	1.3E-05
99778.8	0.00163	0.97631	7.7E-05
10162.2	0.01322	0.95571	0.00117
10240.8	0.01065	0.87928	0.00257
10316.2	0.01277	0.94823	0.00132

表 4.15 反水素測定時の電場振幅の近似による不確かさ。
 周波数 MHz 外挿結果と 2 mm マスのときの電場振幅の不確かさ 平均 2S 状態存在確率 電場振幅の近似による相対的不確かさ

9595.0	0.00639	0.98246	0.00022
9759.6	0.00684	0.91916	0.00024
9806.8	0.00734	0.83353	0.0024
9831.2	0.00649	0.74570	0.0033
9882.2	0.00573	0.64855	0.0040
9896.6	0.00020	0.72648	0.00011
9928.0	0.00054	0.81984	0.00019
9978.8	0.00157	0.87238	0.00040
10029.6	0.00140	0.86025	0.00039
10162.2	0.01322	0.96823	0.00084
10316.2	0.01277	0.98932	0.00027

4.4.2 ビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさの検討

ミュオニウムも反水素も実験中のビームの位置はおおむね安定していて、例えばある周波数についての測定中はビーム中心が数 mm の程度で飛ぶことは稀であり、そのような測定は排除できる。しかし、ビーム中心の位置が共振器の軸上から 3 mm までは定常的にずれたままになる場合を想定した。ここでは、ビーム中心の位置が $(x,y) = (3,0), (2,0), (1,0), (0,0), (0,1), (0,2), (0,3), (1,1), (2,2), (3,3)$ のときに粒子が受ける平均電場振幅をそれぞれ求め、その標準偏差で不確かさを評価した。表 4.16 に、図 4.4 に示すような電場分布をもつ 9928.0 MHz のときの平均電場振幅について示す。他の周波数についても不確かさを同様に評価し、その結果を表 4.17 および表 4.18 に示す。

ビーム中心の座標	平均電場振幅
(3,0)	5719.214206
(2,0)	5719.304633
(1,0)	5732.669757
(0,0)	5742.72838
(0,1)	5742.32776
(0,2)	5740.701325
(0,3)	5740.657618
(1,1)	5740.52664
(2,2)	5730.021988
(3,3)	5717.600805
ビーム中心が各座標のときの平均電場振幅の平均	5732.575311
ビーム中心が各座標のときの平均電場振幅の標準偏差	9.890241454
ビーム中心が各座標のときの平均電場振幅の不確かさ	0.00172527

表 4.16 9928.0 MHz のときのビーム中心のばらつきによる不確かさ。

表 4.17 ミュオニウム測定時のビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさ。
電場振幅の差の割合 平均 2S 状態存在確率 ビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさ

9595.0	0.01637	0.94986	0.00164
9675.4	0.01751	0.84753	0.00534
9718.0	0.01435	0.77868	0.00635
9759.6	0.02011	0.68480	0.01268
9806.8	0.01719	0.80189	0.00681
9855.6	0.02406	0.90127	0.00475
9896.6	0.00125	0.95323	0.00011
99778.8	0.00302	0.97631	0.0001
10162.2	0.01759	0.95571	0.00155
10240.8	0.02269	0.87928	0.00547
10316.2	0.02102	0.94823	0.00217

表 4.18 反水素測定時のビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさ。
電場振幅の差の割合 平均 2S 状態存在確率 ビーム中心が想定位置からずれている可能性による不確かさ

9595.0	0.01637	0.98246	0.00057
9759.6	0.02011	0.91916	0.00325
9806.8	0.01719	0.83353	0.00572
9831.2	0.02100	0.74570	0.01068
9882.2	0.02158	0.64855	0.01517
9896.6	0.00125	0.72648	0.00068
9928.0	0.00172	0.81984	0.00062
9978.8	0.00302	0.87238	0.00077
10029.6	0.00307	0.86025	0.00086
10162.2	0.01759	0.96823	0.00111
10316.2	0.02102	0.98932	0.00044

4.4.3 ミュオニウムの微細構造

以下では、第 4.3 節で求めた統計的不確かさに第 4.4.1 節および第 4.4.2 節で求めた系統的な不確かさを合成した不確かさを用いて、設計した微細構造分光装置の測定精度の評価を行う。本節ではミュオニウムについての見積もり結果を示す。ミュオニウムについて、一万個の粒子を想定し 11 個の周波数毎について計算した 2S 状態存在確率とその系統的な不確かさも含んだ不確かさを表 4.19 にまとめた。式 4.1 を用いて 11 個の周波数についてフィッティングした結果を図 4.7 に示す。フィッティングに用いたパラメータの初期値などは表 4.20 に、フィッティングによって得られた値は表 4.21 に示した。

表 4.19 一万個のミュオニウムにある周波数かけたときの平均 2S 状態存在確率と系統的な不確かさも含んだ不確かさ。

周波数 [MHz]	平均 2S 状態存在確率	不確かさ
9595.0	0.94986	0.00282
9675.4	0.84753	0.00667
9718.0	0.77868	0.00829
9759.6	0.68480	0.01402
9806.8	0.80189	0.00846
9855.6	0.90127	0.00571
9896.6	0.95323	0.00211
9978.8	0.97631	0.00152
10162.2	0.95571	0.00283
10240.8	0.87928	0.00687
10316.2	0.94823	0.00337

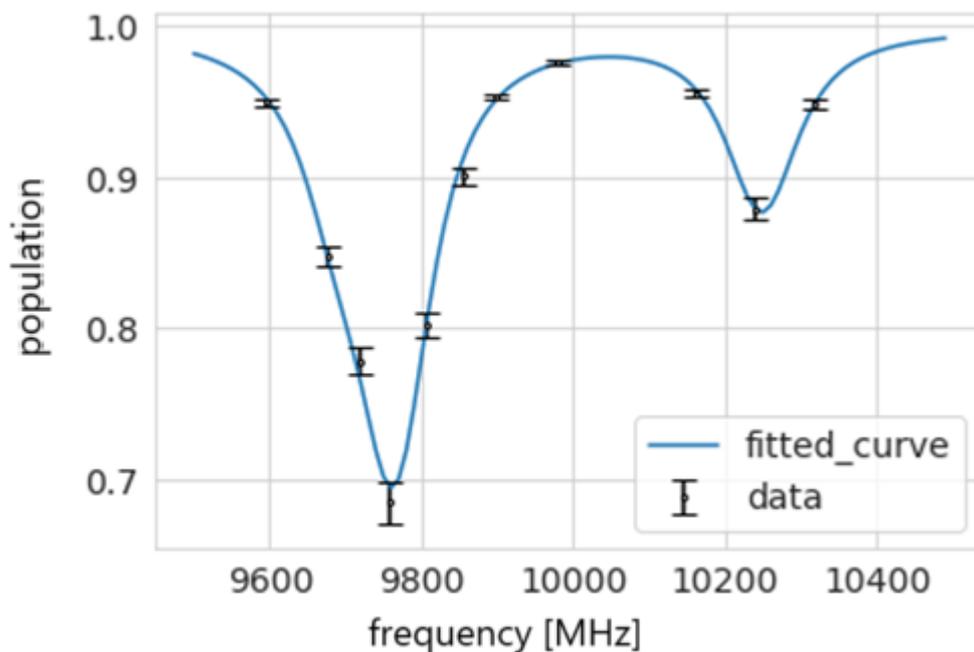


図 4.7 一万個のミュオニウムについて統計的不確かさおよび系統的な不確かさを含めてフィッティングした結果。

表 4.20 図 4.7 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

パラメータ	初期値	最小値	最大値
a_0	1	0	1
a_1	-0.1	-1	0
a_2	-0.2	-1	0
a_3	-0.5	-1	0
a_4	10246	10000	10500
a_5	1/1.6e-2	0	200
a_6	0	-1	0

表 4.21 図 4.7 のデータに対して表 4.20 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。

パラメータ	収束値	不確かさ
a_0	1.00000	0.01039
a_1	-0.07353	0.02379
a_2	-0.11787	0.01484
a_3	-0.27927	0.02564
a_4	57.50395	6.54634
a_5	-0.06789	0.63648
a_6	10248.79631	4.05687

なお $\chi^2/7 = 1.09$ である。この場合の微細構造は 9876.5(28) MHz、精度 272 ppm と求められる。また、第 4.3.1 節に求めた不確かさより、系統的な不確かさは 208 ppm と求められる。表 4.4 に示した通り、本計算で期待されるミュオニウムの微細構造は 9873.7 MHz であり、これはフィッティングで求めた値の不確かさの中に含まれている。

この結果は LAMPF で行われたミュオニウムの微細構造分光 [19] で求められた微細構造の決定精度 3537 ppm と比較し約 8 倍の精度が得られることを示している。

4.4.4 反水素の微細構造

本節では前節と同様に反水素についても評価する。反水素について、一万個の粒子を想定し 11 個の周波数毎について計算した 2S 状態存在確率とその統計的不確かさを含む不確かさを表 4.22 にまとめた。式 4.1 を用いて 11 個の周波数についてフィッティングした結果を図 4.8 に示す。フィッティングに用いたパラメータの初期値などは表 4.23 に、フィッティングによって得られた値は表 4.24 に示した。

表 4.22 一万個の反水素にある周波数をかけたときの平均 2S 状態存在確率と系統的な不確かさも含んだ不確かさ。

周波数 [MHz]	平均 2S 状態存在確率	不確かさ
9595.0	0.98246	0.00145
9759.6	0.91916	0.00425
9806.8	0.83353	0.00725
9831.2	0.74570	0.01200
9882.2	0.64855	0.01640
9896.6	0.72648	0.00451
9928.0	0.81984	0.00389
9978.8	0.87238	0.00344
10029.6	0.86025	0.00359
10162.2	0.96823	0.00224
10316.2	0.98932	0.00115

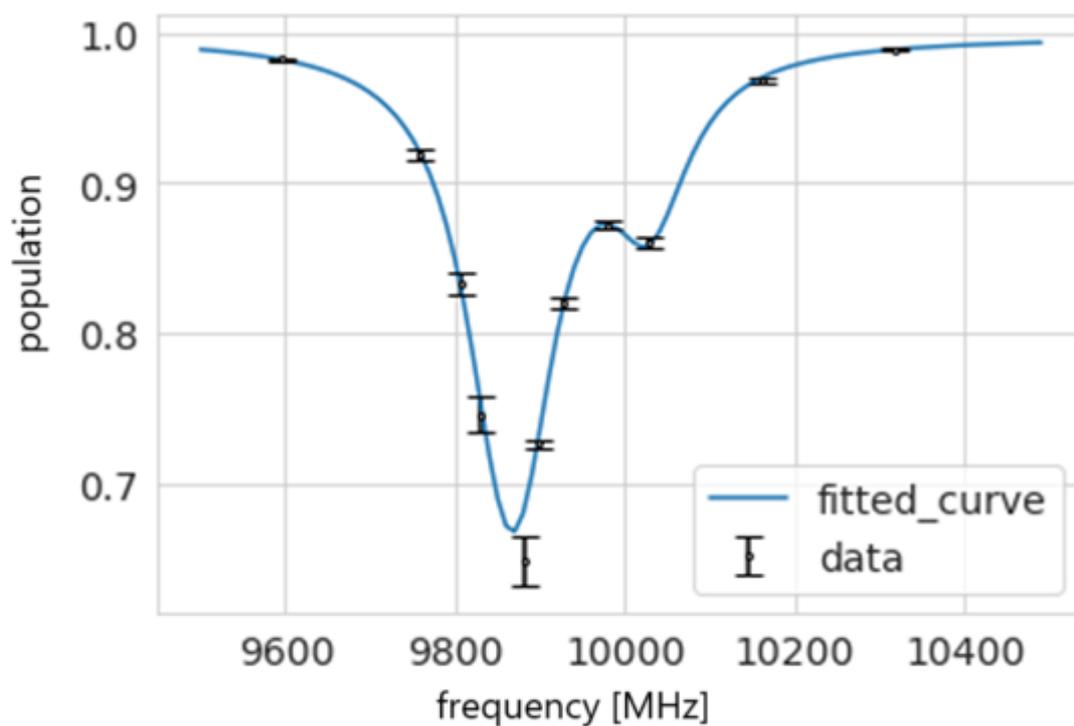


図 4.8 一万個の反水素について統計的不確かさおよび系統的な不確かさを検討した結果。

表 4.23 図 4.8 のデータに対して行ったフィッティングにおける各パラメータの初期値と範囲。

パラメータ	初期値	最小値	最大値
a_0	1	0	1
a_1	-0.1	-1	0
a_2	-0.2	-1	0
a_3	-0.5	-1	0
a_4	10028	10000	10500
a_5	1/1.6e-2	0	200
a_6	0	-1	0

表 4.24 図 4.8 のデータに対して表 4.23 の初期値と範囲でモデル関数 4.1 を用いたフィッティングを行った結果。

パラメータ	収束値	不確かさ
a_0	0.99784	0.00308
a_1	-0.12158	0.09435
a_2	-0.10299	0.00731
a_3	-0.21113	0.09952
a_4	10028.68284	7.26144
a_5	56.26564	4.77394
a_6	-0.00000	0.65722

なお、 $\chi^2/7 = 0.96$ である。微細構造は 9910.2(50) MHz、精度は 490 ppm と求められる。また、第 4.3.2 節で求めた不確かさを用いて、系統的な不確かさは 421 ppm と求めることができる。表 4.4 に示した通り、本計算で期待される反水素の微細構造は 9909.6 MHz であり、これはフィッティングで求めた値の不確かさの中に含まれている。

この結果は ALPHA 実験によって求められた微細構造の決定精度 17 463 ppm[18] と比較し約 70 倍の精度が見込めるといえるものである。

第5章 結論

本研究では、反水素およびミュオニウムの微細構造の高精度分光を通じて、CPT 対称性や QED といった基礎物理の検証をすることを目的として空洞共振器を検討した。空洞共振器の形状は直方体とし、その筐体のビームの進行方向は 122.4 mm で、高さは 80.4 mm で固定、幅は 70.4-110.4 mm の範囲で変えられるようにすることで 1 GHz ほどとなる広い線幅のスペクトルを測定できるようにした。

この空洞共振器を用いた場合に得られるスペクトルから微細構造周波数をどのくらいの精度で決定できるかを評価した。ここでは暫定的に、共振器内で強い電場振幅を得られる TE_{30n} や TE_{10n} と思われる条件のうち、想定されるスペクトル上で間隔を同程度に保ちつつ、遷移確率の変化が大きくなるような周波数を測定すべき点として選択した。それぞれの周波数での遷移確率は、本研究で開発した 2S 状態遷移確率計算コードを用いて求めた。

そうして得られた各データ点をフィッティングして得られた微細構造周波数の不確かさのうち、まず統計的不確かさを評価した。これは、反水素やミュオニウムといったエキゾチック原子は、通常の原子線と違ってそれらの原子の生成レートに制限があり、統計要因の不確かさが大きくなると予想されることによる。統計的不確かさを求めるため、粒子の入射面を 2 mm 四方のマスキングに付けてそのマスキング内で粒子が受ける電場振幅を一様だと近似し、自作の 2S 状態遷移確率計算コードから求まる遷移確率を用いて計算した。一万個の粒子が入射した想定のもとで、ミュオニウムの微細構造は 9876.93(172) MHz、精度は 174 ppm、反水素の微細構造は 9903.3(3) MHz、精度は 27 ppm となった。

一方、いくつか考えられる系統的な不確かさのうち、本研究では、電場振幅を近似したことによる不確かさとビーム中心が想定位置からずることによる不確かさについて評価した。

ミュオニウムのスペクトルについて、上記の系統的な不確かさも考慮しフィッティングを行った結果、微細構造は 9876.5(28) MHz と求まり、精度 272 ppm となった。統計的不確かさより、系統的な不確かさは 208 ppm と求まる。この結果は LAMPF で行われたミュオニウムの微細構造分光 [19] で求められた微細構造の決定精度 3537 ppm と比較し約 8 倍の精度が得られることを示している。

反水素に関しても系統的な不確かさも考慮しフィッティングを行った結果、微細構造は 9910.2(50) MHz、精度は 490 ppm と求まる。系統的な不確かさは 421 ppm である。この結果は、ALPHA 実験によって求められた微細構造の決定精度 17463 ppm [18] と比較し約 70 倍の精度が見込めることを意味する。

本研究で得られた測定精度の見積りにおいて系統的な不確かさが大きくなった原因として、スペクトル上の測定点の選択が最適ではないことが挙げられる。選択したデータ点それぞれの電場分布を詳細にみると、周波数により得られる電場振幅が、最も電場が強いと期待されるビーム中心でも大きく異なっていることがわかる。本研究で検討した箱型の共振器で実験を計画する際の測定周波数は、共振器の幅を調整しつつ共振モードが発生しているものだけを選択する必要があるだろう。また、本研究では追求しきれなかったが、この方式の空洞共振器で得られる分光精度の限界の評価が必要である。

今後は、これらの評価を進め、箱型共振器の具体的な構造を検討・製作して、水素原子によるテスト実験を予定している。

付録 A 使用した周波数における電場分布のヒートマップ

第4章で使用した周波数を印加した際の装置内の電場分布のヒートマップを以下に示す。これらの周波数は第3章で説明した通り、ヒートマップにした際に一つ山もしくは三つ山に見え、想定されるスペクトル上で間隔を同程度に保ちつつ、遷移確率の変化が大きくなるような周波数を測定すべき点として選択した。なお、入力のパワーは1Wとした。

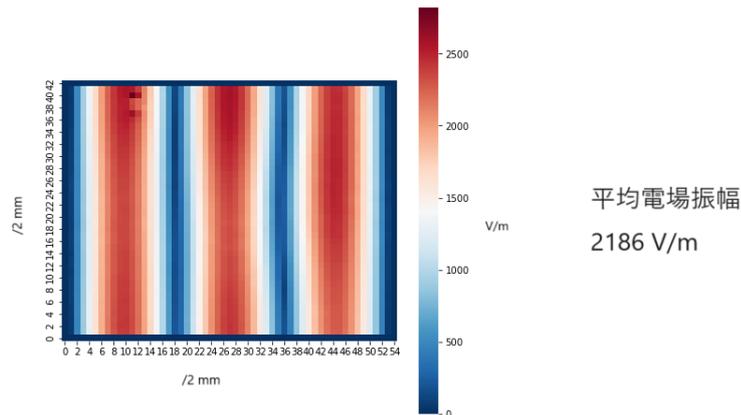


図 A.1 9595.0 MHz のときの電場分布。

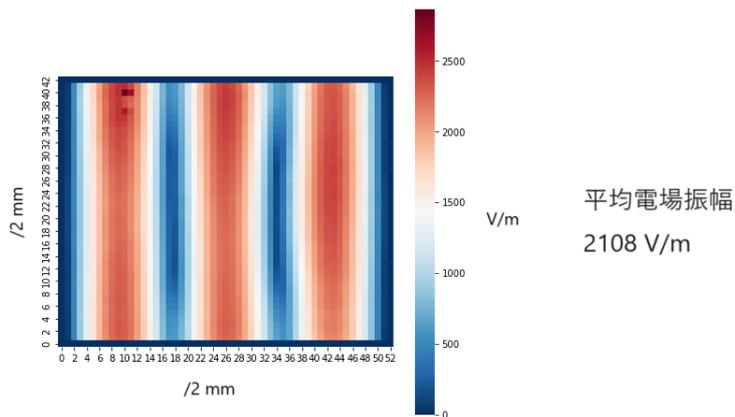


図 A.2 9675.4 MHz のときの電場分布。

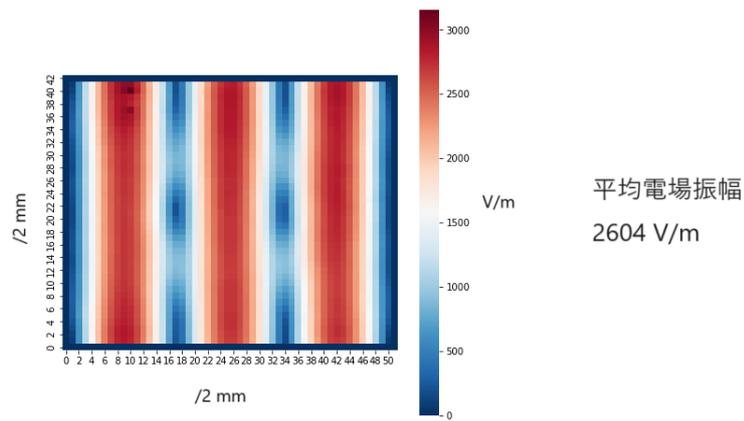


図 A.3 9718.0 MHz のときの電場分布。

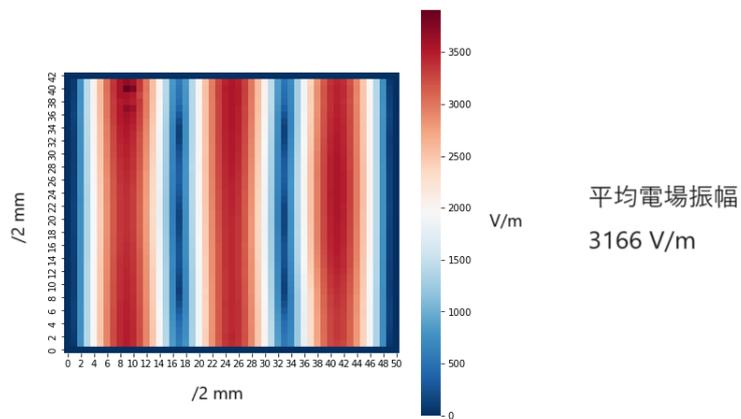


図 A.4 9759.6 MHz のときの電場分布。

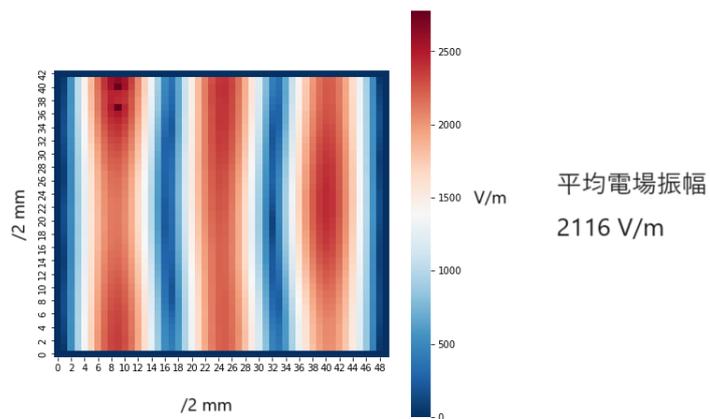


図 A.5 9806.8 MHz のときの電場分布。

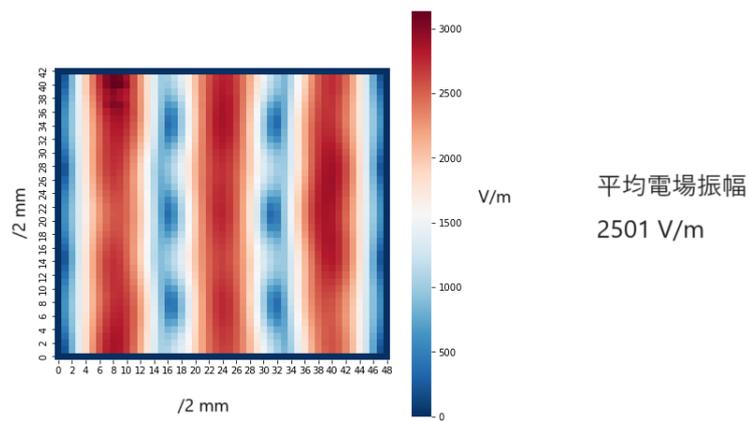


図 A.6 9831.2 MHz のときの電場分布。

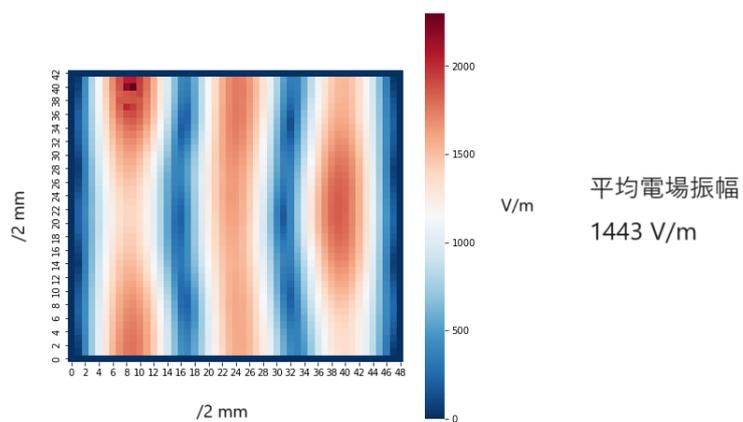


図 A.7 9855.6 MHz のときの電場分布。

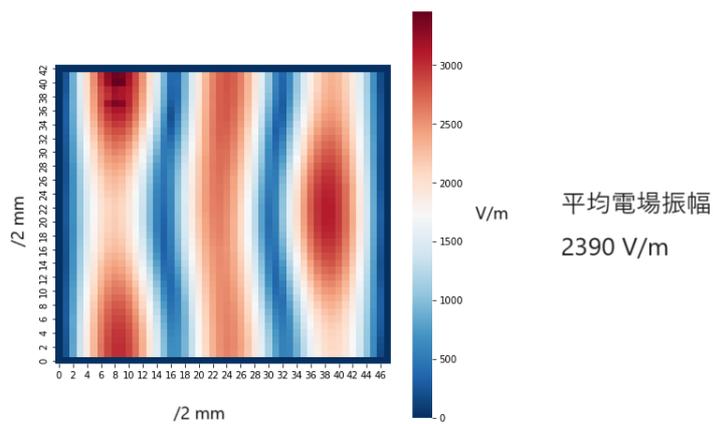


図 A.8 9882.2 MHz のときの電場分布。

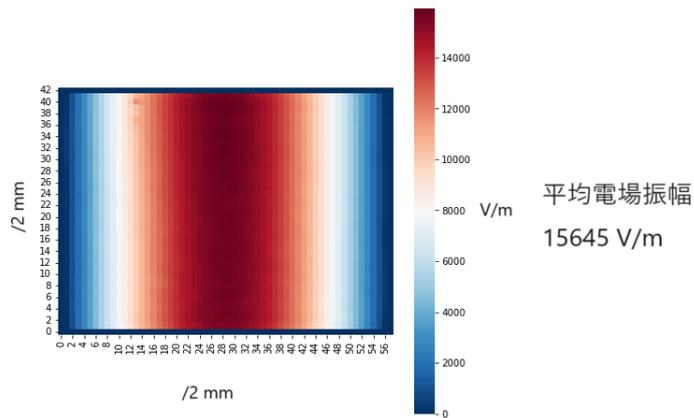


図 A.9 9896.6 MHz のときの電場分布。

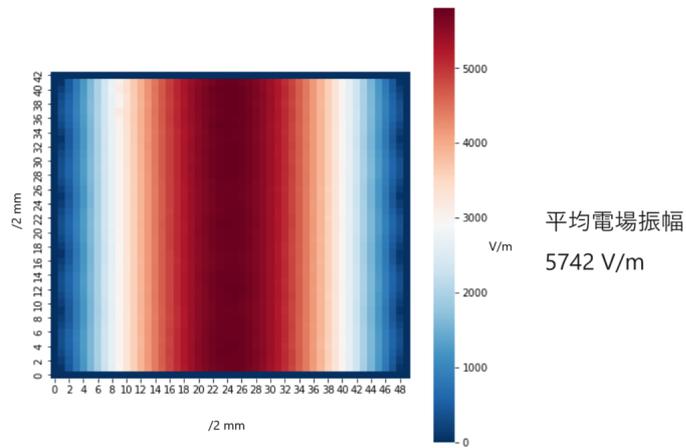


図 A.10 9928.0 MHz のときの電場分布。

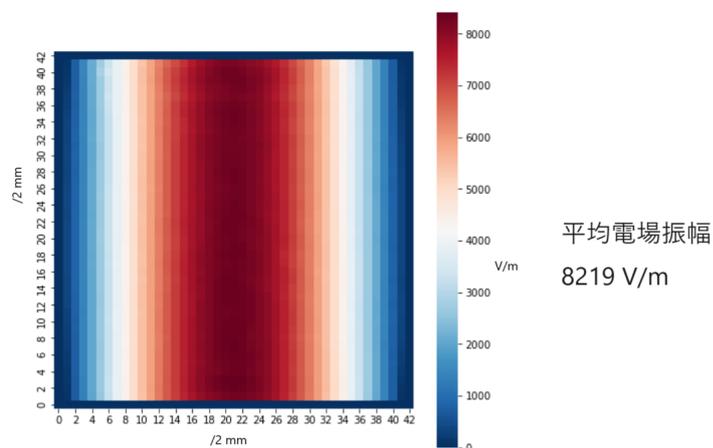


図 A.11 9978.8 MHz のときの電場分布。

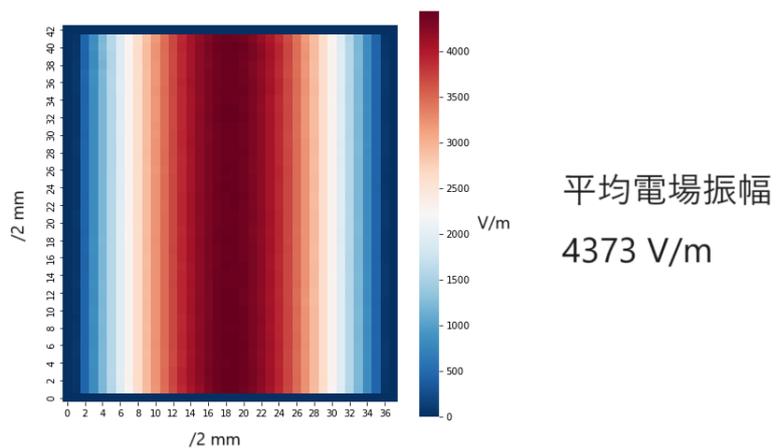


図 A.12 10029.6 MHz のときの電場分布。

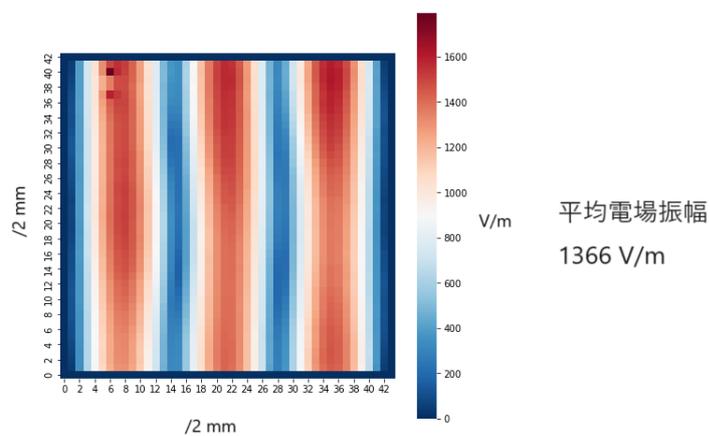


図 A.13 10162.2 MHz のときの電場分布。

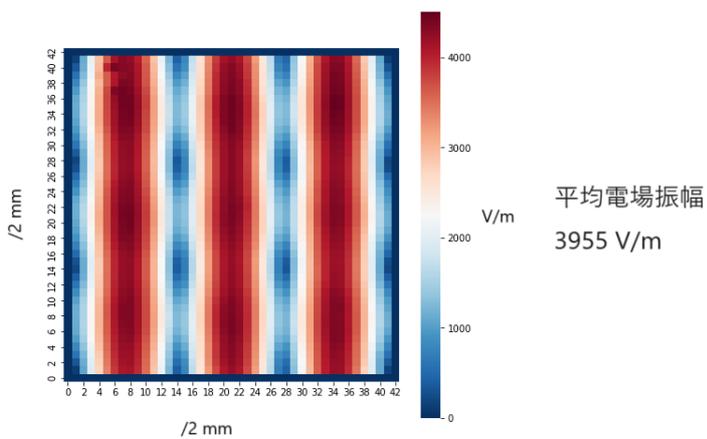


図 A.14 10240.8 MHz のときの電場分布。

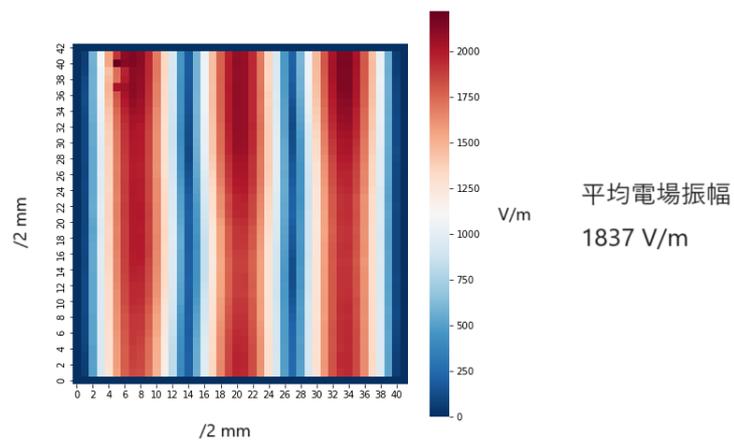


図 A.15 10316.2 MHz のときの電場分布。

参考文献

- [1] Anderson, C. D. (1933). The positive electron. *Physical Review*, 43(6), 491.
- [2] Chamberlain, O., Segrè, E., Wiegand, C., & Ypsilantis, T. (1955). Observation of antiprotons. *Physical Review*, 100(3), 947.
- [3] <https://www.psi.ch/en/science/large-research-facilities>
- [4] Maury, S. (1997). The antiproton decelerator: AD. *Hyperfine Interactions*, 109(1-4), 43-52.
- [5] Chohan, V., Alanzeau, C., Angoletta, M. E., Baillie, J., Barna, D., Bartmann, W., et al., T. (2014). Extra Low ENergy antiproton (ELENA) ring and its transfer lines: Design report.
- [6] Baur, G. A., Boero, G., Brauksiepe, A., Buzzo, A., Eyrich, W., Geyer, R., et al., M. (1996). Production of antihydrogen. *Physics Letters B*, 368(3), 251-258.
- [7] GBAR Collaboration, CERN-SPSC-2021-004/SPSC-SR-284 (2021).
- [8] GBAR Collaboration, CERN-SPSC-2011-029/SPSC-P-342 (2011).
- [9] Hughes, V. W., McColm, D. W., Ziock, K., & Prepost, R. (1960). Formation of muonium and observation of its Larmor precession. *Physical Review Letters*, 5(2), 63.
- [10] Janka, G., Ohayon, B., Burkley, Z., Gerchow, L., Kuroda, N., Ni, X., et al., (2020). Intense beam of metastable Muonium. *The European Physical Journal C*, 80, 1-7.
- [11] Lamb Jr, W. E., & Retherford, R. C. (1947). Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method. *Physical Review*, 72(3), 241.
- [12] Bethe, H. A. (1947). The electromagnetic shift of energy levels. *Physical Review*, 72(4), 339.
- [13] Matveev, A., Parthey, C. G., Predehl, K., Alnis, J., Beyer, A., Holzwarth, R., ... & Hänsch, T. W. (2013). Precision Measurement of the Hydrogen 1 S - 2 S Frequency via a 920-km Fiber Link. *Physical Review Letters*, 110(23), 230801.
- [14] Hagley, E. W., & Pipkin, F. M. (1994). Separated oscillatory field measurement of hydrogen 2 S 1/2-2 P 3/2 fine structure interval. *Physical review letters*, 72(8), 1172.
- [15] Bezginov, N., Valdez, T., Horbatsch, M., Marsman, A., Vutha, A. C., & Hessels, E. A. (2019). A measurement of the atomic hydrogen Lamb shift and the proton charge radius. *Science*, 365(6457), 1007-1012.
- [16] Ahmadi, M., Alves, B. X. R., Baker, C. J., Bertsche, W., Capra, A., Carruth, C., et al., (2018). Characterization of the 1S-2S transition in antihydrogen. *Nature*, 557(7703), 71-75.
- [17] Ahmadi, M., Alves, B. X. R., Baker, C. J., Bertsche, W., Butler, E., Capra, A., et al., (2017). Observation of the hyperfine spectrum of antihydrogen. *Nature*, 548(7665), 66-69.
- [18] The ALPHA Collaboration (2020). Investigation of the fine structure of antihydrogen. *Nature*, 578, 375-380.
- [19] Kettell, S.H. (1990). Measurement of the $2^2S_{1/2} - 2^2P_{3/2}$ fine structure interval in muonium (No. LA-11893-T). Los Alamos National Lab..
- [20] Pohl, R., Antognini, A., Nez, F., Amaro, F. D., Biraben, F., Cardoso, J. M., et al., (2010). The size of the proton. *nature*, 466(7303), 213-216.
- [21] Bernauer, J. C. (2020). The proton radius puzzle-9 years later. In *EPJ Web of Conferences* (Vol. 234, p. 01001). EDP Sciences.
- [22] Woodle, K. A., Badertscher, A., Hughes, V. W., Lu, D. C., Ritter, M. W., Gladisch, M., et al., (1990). Measurement of the Lamb shift in the n= 2 state of muonium. *Physical Review A*, 41(1), 93.
- [23] Frugiuele, C., Pérez-Ríos, J., & Peset, C. (2019). Current and future perspectives of positronium and

- muonium spectroscopy as dark sectors probe. *Physical Review D*, 100(1), 015010.
- [24] Batell, B., McKeen, D., & Pospelov, M. (2011). New parity-violating muonic forces and the proton charge radius. *Physical Review Letters*, 107(1), 011803.
- [25] Zhi-Gang, L., Wei-Tou, N., & Patón, A. P. (2008). Extra dimensions and atomic transition frequencies. *Chinese Physics B*, 17(1), 70.
- [26] Gomes, A. H., Kostelecký, V. A., & Vargas, A. J. (2014). Laboratory tests of Lorentz and C P T symmetry with muons. *Physical Review D*, 90(7), 076009.
- [27] Kostelecký, V. A., & Vargas, A. J. (2015). Lorentz and C P T tests with hydrogen, antihydrogen, and related systems. *Physical Review D*, 92(5), 056002.
- [28] Kolachevsky, N., Matveev, A., Alnis, J., Parthey, C. G., Karshenboim, S. G., & Hänsch, T. W. (2009). Measurement of the 2 S hyperfine interval in atomic hydrogen. *Physical Review Letters*, 102(21), 213002.
- [29] Rothery, N. E., & Hessels, E. A. (2000). Measurement of the 2 S atomic hydrogen hyperfine interval. *Physical Review A*, 61(4), 044501.
- [30] Kramida, A. E. (2010). A critical compilation of experimental data on spectral lines and energy levels of hydrogen, deuterium, and tritium. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 96(6), 586-644.
- [31] Newton, G. A. D. A., Andrews, D. A., & Unsworth, P. J. (1979). A precision determination of the Lamb shift in hydrogen. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 290(1373), 373-404.
- [32] Demtroder, W. (2010). *Atoms, Molecules and Photons An Introduction to Atomic-, Molecular-, and Quantum Physics*.
- [33] Harold, J. M., Peter, S., (1999). *Laser Cooling and Trapping*.
- [34] Safinya, K. A., Chan, K. K., Lundeen, S. R., & Pipkin, F. M. (1980). Measurement of the $2^2P_{3/2} - 2^2S_{1/2}$ Fine-Structure Interval in Atomic Hydrogen. *Physical Review Letters*, 45(24), 1934.
- [35] 田中碧海 (2022). 反水素ラムシフトの為の低速反陽子ビームの作成とマイクロ波分光装置の開発 , 東京大学大学院総合文化研究科修士論文.
- [36] 西諒真 (2020). 反水素原子の $n=2$ ラムシフト測定のためのマイクロ波分光装置の開発 , 東京大学大学院総合文化研究科修士論文.
- [37] 山内秀治 (2022). ミュオニウム基底状態超微細構造分光の測定における不確かさの評価 , 東京大学大学院総合文化研究科修士論文.
- [38] Fajans, J., & Wurtele, J. (2020). Investigation of the fine structure of antihydrogen. *Nature (London)*, 578(7795).
- [39] Ahmadi, M., Alves, B. X. R., Baker, C. J., Bertsche, W., Capra, A., Carruth, C., et al., (2018). Observation of the 1S-2P Lyman- α transition in antihydrogen. *Nature*, 561(7722), 211-215.
- [40] Janka, G. (2022). *Lamb Shift of Exotic Atoms: Precision Measurement in Muonium and Progress Towards the First Direct Determination in Antihydrogen (Doctoral dissertation, ETH Zurich)*.
- [41] Schwob, C., Jozefowski, L., De Beauvoir, B., Hilico, L., Nez, F., Julien, L., et al., (1999). Optical Frequency Measurement of the 2 S - 12 D Transitions in Hydrogen and Deuterium: Rydberg Constant and Lamb Shift Determinations. *Physical review letters*, 82(25), 4960.

謝辞

はじめに、本研究室の指導教員である松田恭幸教授と、黒田直史助教に深く御礼申し上げます。

松田恭幸教授は、研究室に所属する以前より研究や進路について相談に乗ってくださいました。また、所属後も研究生活を円滑に進めるために様々なサポートを行っていただきました。

黒田直史助教は、研究をする上で技術的な指導を丁寧に行ってくださいました。他分野の研究室から移動してきた私に対して一から本研究に必要な知識を教えてくださいました。本論文も黒田助教が多大な時間をかけて指導してくださったことでまとめることができたと感じております。

本研究の共同研究者である田中香津生氏ならびに樋口嵩氏にも感謝致します。毎週の定例ミーティングで多くの助言を頂き、研究のサポートをしていただきました。

研究室の先輩である田中碧海氏にも感謝致します。田中氏は身近な存在として CERN 渡航時も含め様々なことを教えてください、相談にも乗っていただきました。

最後に、生活面および精神面で大いに支えてくれた夫に感謝致します。