Radiochemistry #6 (Q & A) 2017.6.7

Questions & Answers

- (1) Calculate the number of ion-electron pairs produced by an alpha-ray with 5 MeV energy, which completely stops inside a material. 運動エネルギー 5 MeV の α 線 が物質中で完全に静止するまでに作り出すイオン=電子対の数を求めよ。
- A. 5 MeV / 30 eV (or more precisely, 34 eV : W-value) \approx 15 000. 15 000 pairs. The first ionization potential is around 10 eV. But only 1/3 of the energy transferred to the matter contributes to ionization, the rest causing excitation. So, the number is $(5 \text{ MeV} / 3) / 10 \text{ eV} \approx 15 000$.
- (2) What is the most important reaction process for X-rays at 100 keV in carbon target? And how about in lead target? 炭素標的中の 100 keV のX線に対する反応過程としてもっとも重大なものは何か。また、鉛標的の場合はどうか。
- A. The graph in the slide shows that at the photon energy of 100 keV, the cross section σ for Compton scattering is the largest for the carbon target, and that for p.e. = photoelectric effect is the largest for lead target. N.B. $\kappa_{\rm nuc}$ means the cross section for pair production under the nuclear electric field, while $\kappa_{\rm e}$ is that under the electric field of atomic electron. 【注意:制動放射は荷電粒子のエネルギー損失なので、無関係。なぜかそう解答した人が多かった。】
- (3) The half-value thickness of the air is 69.2 m for a gamma-ray of 661 keV emitted after the decay of a cesium-137 nuclide. Calculate the cross section for Compton scattering for this gamma-ray, and compare the result with the values found in the graph in the copy of the slides. Cross sections for photoelectric effect and for pair production are both negligible. セシウム 137 核種の崩壊(壊変)に伴って放出される 661 keV の γ 線について、空気中での半減長は 69.2 m である。この γ 線に対するコンプトン散乱の反応断面積を計算し、スライドのコピーに掲げた図から読み取った値と比較せよ。ただし、光電効果や電子対生成の反応断面積は無視できる。
- A. $\mu = n \sigma$. 69.2 / ln 2 = 100 m. $\mu = 0.0100 \text{ m}^{-1} = 1 / (100 \text{ m}) = 1 / (10000 \text{ cm})$. The number density of the air is $n = 1 \text{ mol} / 22.4 \text{ L} = 6.02 \times 10^{23} / 22400 \text{ cm}^3$. Then

 $\sigma=3.7\times10^{-24}~{\rm cm}^2\approx3.7~{\rm barn}$ (for air). $\sigma_{\rm total}=\sigma_{\rm p.e.}+\sigma_{\rm Compton}+\sigma_{\rm pair.p.}+...$, but since Compton scattering dominates, $\sigma_{\rm total}\approx\sigma_{\rm Compton}$. The graph for the carbon target at 661.7 keV reads that $\sigma_{\rm Compton}\approx2~{\rm barn}$. (炭素標的についての対数グラフの横軸が661.7 keV 付近のところの縦軸の読みを見ると、2 barn 程度であることが分かる。) 空気に対する計算値は 2 倍違うが、組成が違うことを考えると、まま合っていると言える。

(4) The range of a charged particle is calculated by integrating the reciprocal (i.e. the inverse value) of the stopping power. For a wide energy range of the order of keV and MeV, the stopping power is inversely proportional to the square of the velocity. Calculate the integral and find the energy (E) dependence of the range (R) of heavy charged particles. 荷電粒子の飛程は阻止能の逆数を積分することで得られる。その阻止能は、keV や MeV といったエネルギー領域において、速度の 2 乗に反比例する。積分を計算することにより、重い荷電粒子に対して飛程(R)のエネルギー(E)依存性を求めよ。

A.
$$-dE/dx = k / v^2$$
. $E = m v^2 / 2$.
 $R = \int_0^E (-dE/dx)^{-1} dE = \int_0^E v^2 / k dE = \int_0^E (2E / mk) dE = E^2 / mk$.

The experimental observation shows more like $E^{1.5}$ dependence, but the rough consideration above (which assumes that v^2 -dependence is valid even for very-low energy, which is not really correct) is not so bad. (実験データは $E^{1.5}$ の依存性を示しているので、計算結果は少し違うが、これは計算が v^2 の依存性が低エネルギーでも常に成り立つと仮定しているからで、その過程が必ずしも正しくないことを考えると、計算結果はまあ悪くない。)