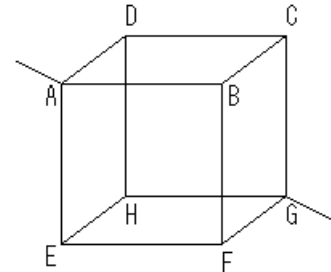


電磁気学Bコース 宿題No. 4

立方体 ABCDEFGH の各稜 ( AB 間など ) に抵抗  $r$  が接続されている。

(a) 体対角線 AG 間の合成抵抗  $R$  を求めよ。

[ 解答例 ] 起電力  $V$  の電源を A、G 間に接続したとき ( 電源を通過して ) 流れる電流を  $I$ 、A B を流れる電流を  $I_{AB}$ 、A の電位を  $V_A$  などと表す。



この状態で、AG を軸として、 $120^\circ$  回転しても、各部分の電流や電位は不変である。

よって、 $I_{AB} = I_{AD} = I_{AE} = I/3$ 、 $I_{BC} = I_{DH} = I_{EF} = I_1$ 、 $I_{BF} = I_{DC} = I_{EH} = I_2$ 、 $I_{CG} = I_{FG} = I_{HG} = I/3$ 。

また、平面 ACGH を鏡面として、鏡像を作っても、各部分の電流や電位は不変である。よって、 $I_{BC} = I_{DC}$ 、 $I_{BF} = I_{EH}$ 、したがって、 $I_1 = I_2$  となる。

一方、B における電流の保存則から、 $I_1 + I_2 = I_{BC} + I_{BF} = I_{AB} = I/3$  であるので、 $I_1 = I_2 = I/6$

$V_G = 0$  を電位の基準とすると、順次、 $V_C = V_F = V_H = Ir/3$ 、 $V_B = V_D = V_E = Ir/3 + Ir/6 = Ir/2$ 、 $V_A = Ir/2 + Ir/3 = 5Ir/6$  となる。 $V_A = V$  であるから、 $R = V/I = 5r/6$ 。

[ 別解 ] 上述のように、対称性から、 $V_B = V_D = V_E$ 、 $V_C = V_F = V_H$  となる。

電位の等しい点を [ 抵抗の無い ] 導線で繋いで ( 短絡 [short] して ) も、何の変化も起こらない。

B、D、E および C、F、H をそれぞれ導線で結んで一点とみなし B および C と呼ぶと、AB 間に  $r$  が 3 個並列に、したがって  $r/3$ 、BC 間に  $r$  が 6 個並列に、したがって  $r/6$ 、CG 間に  $r$  が 3 個並列に、したがって  $r/3$ 、が繋がっているのと同じであり、全体は、AB、BC、CG が直列に繋がれたものであるから、 $R = r/3 + r/6 + r/3 = 5r/6$

(b) 面对角線 AC 間の合成抵抗  $R$  を求めよ。

[ 解答例 ] 面 ACGE に関する対称性から、 $V_B = V_D$ 、 $V_F = V_H$  となる。B、D および F、H をそれぞれ導線で結んで一点とみなし B および F と呼ぶと、AB、BC、BF、EF、FG 間の抵抗は全て  $r/2$  となる。AEF 間および FGC 間の抵抗は共に、 $r + r/2 = 3r/2$  となる。

次に、経路 ABC と経路 AEFGC 見ると、それぞれ点 B、F に関して対称になっている。したがって、 $V_B = V_F = (V_A + V_G)/2$  となり、B、F は同電位となり、BF 間の抵抗  $r/2$  には電流は流れない。したがって、BF は切れていると考えてよい。

すると、経路 ABC の抵抗は  $r/2 + r/2 = r$ 、経路 AEFGC の抵抗は  $3r/2 + 3r/2 = 3r$  であるから、全体では、これらが並列になっているので、 $1/R = 1/r + 1/3r$

$= 4/3r$ 、よって、 $R = 3r/4$ 。

(c) 稜 AB 間の合成抵抗  $R$  を求めよ。

[解答例] 面 ABGH に関する対称性から、 $V_D = V_E$ 、 $V_C = V_F$  となる。D、E および C、F をそれぞれ導線で結んで一点とみなし D および C と呼ぶと、AD、DH、BC、CG、DC 間の抵抗は全て  $r/2$  となる。経路 DHGC 間の抵抗は共に、 $r/2 + r + r/2 = 2r$  となる。これと、DC 間の直接の抵抗  $r/2$  とは並列であるから、DC 間の合成抵抗は  $1/(1/2r + 2/r) = 2r/5$ 。さらにこれと AD、CB が直列に繋がっているから、AB 間の直接繋がっている以外の部分の合成抵抗は、 $r/2 + 2r/5 + r/2 = 7r/5$ 。

したがって、全体の合成抵抗は、 $1/R = 1/r + 5/7r$  から  $R = 7r/12$ 。

### 参考課題

上の問題の抵抗  $r$  を全て、キャパシター (コンデンサー)  $c$  で置き換えたとき、(a) AG 間、(b) AC 間、(c) AB 間の合成容量  $C$  を求めよ。